

Prečo je jedno, či som vlk alebo kapusta

Anotácia: Prednáška sa zaoberá základnou metódou riešenia úloh, symetriou, ilustrovanou na veľmi hravých a pestrých prepravných úlohách. Zaoberá sa tým, čo je v zadaní úloh naozaj dôležité a ktoré informácie sú naopak nepotrebné. Snaží sa tiež, aby to žiaci objavovali sami, vedie ich k efektívnemu riešeniu úloh a ku zdôvodňovaniu svojich pozorovaní.

Kľúčové slová: úloha o prievozníkovi, symetria, efektívne riešenie úloh, nadbytočné informácie, logika, argumentovanie

Technické detaily: Kurzívou budem písať to, čo sa má povedať priamo žiakom, všetky ostatné komentáre k priebehu prednášky budú písané normálnym písmom

Môžete začať nakreslením obrázka a uvedením úvodnej úlohy. Na obrázku si môžete všimnúť ľavý breh, v strede je rieka, ktorá tečie týmto smerom a ešte je tu pravý breh. Ako isto vidíte, nikde na okolí nie je žiaden most. Ľudia, zvieratá a tovar však potrebujú prechádzať z jedného brehu na druhý. Ešte šťastie, že existuje malá drevená loďka zakotvená blízko brehu. Za chvíľku si však budete môcť všimnúť, že to s tou prepravou nie je až tak jednoduché ako to na prvý pohľad vyzerá. Dnes skúsime vyriešiť problémy, ktoré pritom nastávajú.



Na ľavom brehu sa nachádza vlk, koza, kapusta a prievozník. Práve ten ako jediný dokáže ovládať malú drevenú loďku pristavenú pri brehu. Loďka je malá, a tak odvezie okrem neho najviac jedno ďalšie zviera alebo vec. Prievozník by však chcel dostať aj kozu, aj vlka, ba aj kapustu na druhú stranu rieky, aby s nimi mohol pokračovať na ceste domov. Má to celé ale jeden háčik. Ak na jednom brehu zostane kapusta a koza bez neho, tak sa môže stať, že koza zje kapustu. Tiež nemôže nechať bez dozoru vlka a kozu, lebo sa veľmi ľahko môže stať, že by vlk zjedol kozu.



Popri tom je dobré kresliť do obrázku na tabuli zadanie úlohy. Teda loďku, prievozníka a vlka, kozu a kapustu aj s naznačenými vzťahmi.

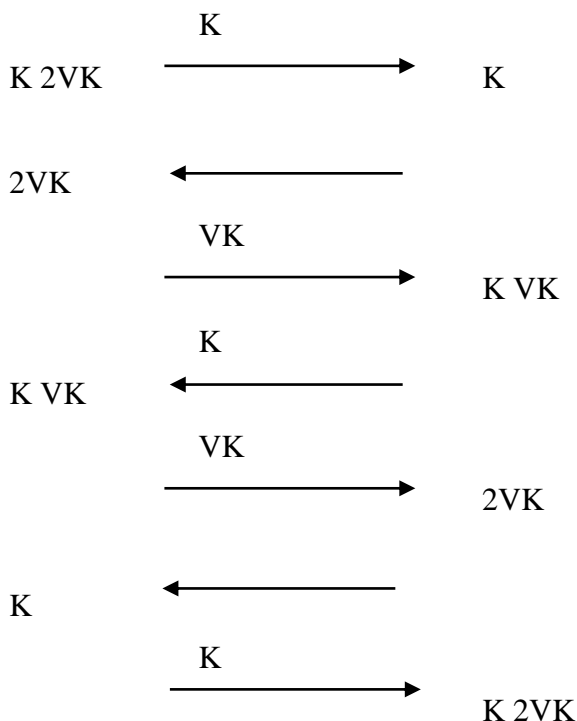
Na tomto mieste požiadajte deti, aby pomohli chudákovi ujsť prievozníkovi,

ktorý je z toho celý zúfalý. Je to veľmi chytľavé, takže sa do toho hneď pustia a čochvíľa budú mať prví nejaké výsledky. Keď prvú úlohu vyriešia, môžete si ich ísť vypočuť, aby aj ostatní mali priestor a čas nájsť vlastné riešenie. Potom požiadajte deti (vyberte niekoho), aby nakreslili jedno riešenie na tabuľu, prípadne môžu nakresliť riešenie viacerí a s deťmi sa môžete porozprávať, ktoré sa im zdá najvýhodnejšie a prečo...

Po vyriešení tejto úlohy obmeňte úlohu. Predstavte si, že príroda funguje úplne naopak. Kapusta je koza a koza je vlka. Ako to bude v tomto prípade?

Deti si to začnú znova kresliť a v oveľa kratšom čase nájdu znova riešenie a popri tom si už viacerí asi všimnú, že funguje to isté riešenie. Môžete začať klásť otázky, či *to je len náhoda? Ako je to možné?* Možno to zodpovedajú, ale asi nie úplne presvedčivo. Môže nasledovať ďalšia obmena úlohy: *A čo ak by koza jedla kapustu aj vlka?* Už by si mali všimnúť a aj sformulovať, že stále funguje rovnaké riešenie, lebo jediná dôležitá vec je, že vlk a koza (a aj koza a kapusta) nemôžu ostať spolu sami a nie je dôležité, kto koho je. Zároveň nie je žiadny rozdiel medzi tým, či je niekto vlk alebo kapusta. V úlohe totiž o nich vieme to isté, že nemôžu byť sami spolu s kozou. Môžeme teda zadanie pozmeniť na také, že v ňom s kozou budú vystupovať dve vlkokapusty. A teraz niekoho požiadame, aby nakreslil na tabuľu riešenie úlohy. Ostatné deti mu môžu pomáhať a hovoriť postupne, ako bude to prepravovanie vyzeráť.

K = koza VK = vlkokapusta



Ako teda začneme? Máme 3 možnosti. Prievozník nepovezie nikoho, to by nám však nijako nepomohlo. Ak by zobral VK, tak na ľavom brehu ostanú spolu VK a K, čo je zakázané. Ostáva iba jediná možnosť a to zobrať na druhú stranu K. Na druhom brehu sú dve možnosti. Buď zobrať späť kozu alebo ísť späť na prázdno. My sa snažíme nájsť, čo najjednoduchšie riešenie a tak nikdy nebudeme robiť taký ťah, ktorý by nám zrušili ten predchádzajúci. Teda nebudeme brať kozu späť lebo to by sme sa dostali do rovnakej situácie ako predtým ...

Počas celého kreslenia sa stále pýtajte detí, aké sú možnosti a nechajte ich argumentovať, ktorý ťah spraviť a prečo iné nie. Stále vyjde, že len jeden ťah je dobrý a tak to na záver možno zhrnúť pozorovaním, že ak správne pochopíme, aké je zadanie úlohy, tak nemusíme skúšať veľa možností, čo trvá dlho, ale možno existuje takéto jednoznačné jediné riešenie.

Od vlka, kozy a kapusty sa presunieme k medziludským vzťahom. Na ľavom brehu sa nachádzajú dva manželské páry. Jeden môžeme nazvať a nakresliť na tabuľu ako modrého muža a ženu a druhý ako červeného muža a červenú ženu.

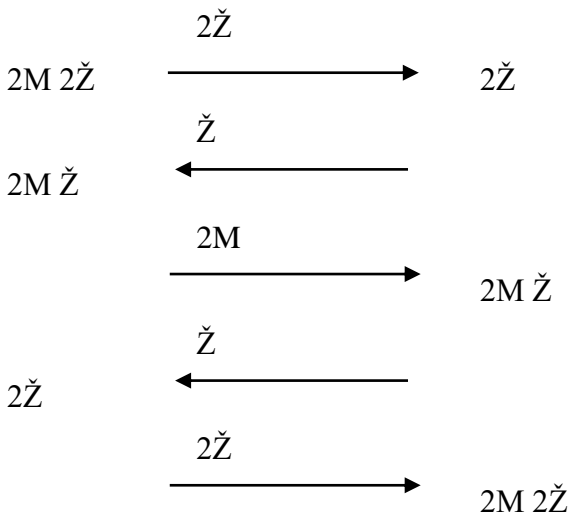
Modrý M, modrá Ž, červený M, červená Ž

Opäť sa chcú dostať na druhú stranu rieky a to pomocou malej dvojmiestnej lodky. Lodka však samozrejme nevie ísť sama, takže vždy je potrebné, aby ju aspoň jeden z nich riadil. Bolo by to jednoduché, keby nebolo na svete žiarlivosti manželov. A tak, ženy nemôžu byť na jednom brehu s cudzím mužom, ak tam nie je ich muž.

Pre ujasnenie si zadania je možno dobré spýtať sa najskôr, aké kombinácie na brehoch sú zlé. Mali by ste dostať odpoveď, že **modrá Ž červený M červená Ž, modrá Ž červený M, červená Ž modrý M modrá Ž a červená Ž modrý M**. Teraz sa už všetci môžu pustiť do hľadania riešenia.

Skúsime si úlohu trochu skomplikovať. Čo keby sme prikázali byť mužom vždy spolu? To by nám zabezpečilo, že nenastane žiadna zo zakázaných situácií. Ale pôjde to ešte stále vyriešiť?

Keďže muži budú stále spolu, tak je nám jedno, ktorý je akej farby. A je teraz dôležitá vôbec aj farba žien? Jediné, čím sa líšili doteraz, bolo, ktorá je manželkou akého muža. Preto keďže mužov už nerozlišujeme, tak nemusíme už ani ženy. Nová zjednodušená úloha teda znie, že máme dvoch mužov a dve ženy a chceme ich dostať na druhú stranu rieky, pričom chceme, aby boli muži stále spolu.



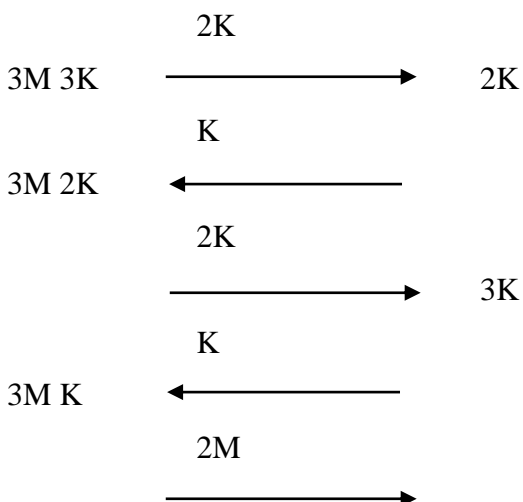
Podobne ako pri vlkovi, koze a kapuste, vyjde znovu jednoznačné riešenie. Dbajte na to, aby sa rozobrali všetky možnosti a deti správne odargumentovali, prečo ostatné ťahy, okrem toho vhodného, sú zlé. Poukáže na ďalšiu zaujímavú vlastnosť obrázku, kde je nakreslený celý proces prepravovania. Obrázok je symetrický. Môžete sa spýtať, prečo je to tak. Odpoveď je, že keby sme si predstavili, že ľavý breh je pravý a opačne, tak preprava v opačnom poradí (od konca po začiatok) by vlastne znamenala riešenie tej istej pôvodnej úlohy. Dôležitá vlastnosť brehu je, či sa na ňom začína a nie, či je vľavo alebo vpravo.

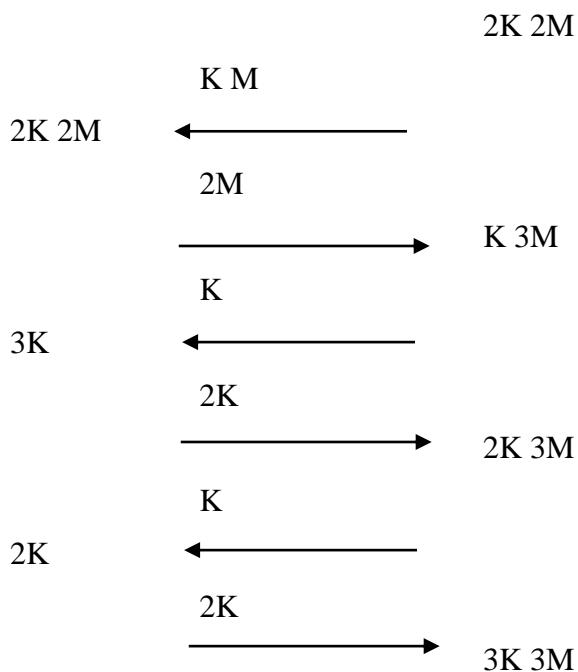
Na domácu úlohu, alebo ak ešte zvýši čas, môžete dať nasledujúcu úlohu: *Prenesieme sa na chvíľu do Afriky. Koho môžeme nájsť v Afrike? Domorodcov. A špeciálne niektorí z nich sú kanibali. Okrem kanibalov tam možno nájsť aj misionárov. Chceme zabrániť tomu, aby nám kanibali pojedli misionárov. Máme teda dva brehy a dvojmiestnu loďku, ktorá musí mať aspoň jedného pasažiera, lebo sama sa nevie hýbať. Na ľavom brehu sú traja kanibali a traja misionári. Chceme ich pomocou loďky dostať na neďaleký ostrov. Ako to spraviť, aby sa nikdy nevyskytol stav, že na loďke, alebo na brehu bude viac kanibalov ako misionárov? Vtedy by totiž kanibali zjedli týchto misionárov. Výnimkou je situácia, keď sú na brehu len kanibali, vtedy ich tam samozrejme môže byť viac, lebo nemajú koho zjesť.*

3 kanibali 3 misionári → ???

Ešte sa môže vyskytnúť problém nejednoznačnosti, kedy je kto už na brehu. Je dôležité zdôrazniť, že v momente, keď už loďka príde k brehu, tak sa všetci na brehu a aj na loďke počítajú, že sú spolu na brehu.

Existuje viac riešení. Nájdené riešenie stačí skontrolovať, či splňa zadanie. Pozor, je to už komplikovanejšia úloha, dá sa v nej ľahšie pomýliť. Tu uvádzam len jedno z možných riešení:





Znovu je na ňom zaujímavá symetrickosť celej prepravy. Či ideme od začiatku alebo od konca, tak môžeme prepravovať kanibalov a misionárov rovnako.

Téma prednášky a samotné riešenia úloh deti veľmi zaujali. Ich záujem podporilo najmä to, že úlohy boli jasné, zrozumiteľné, situáciu si vedeli veľmi dobre predstaviť a mali dostatočnú motiváciu pomôcť prevozníkovi. Zároveň sa prejavila aj istá súťaživosť medzi nimi, kto nájde skôr správne riešenie, ktorá počas samotnej prednášky znamenala ich väčšie zapojenie a záujem. Poznatky z prvých úloh sa niektorí pokúsili použiť na efektívnejšie hľadanie riešenia v ďalších. Cenný je podľa mňa pohľad niektorých z nich, že pred tým, než spravili nejaký ťah, tak si rozmysleli, čo to asi bude znamenať do budúcnosti. To je jeden z kľúčových postupov používaných v matematike napríklad pri úprave výrazov.