

Nadriadení a podriadení vo svete čísel

Učiteľské sústredenie – teoretická príprava

Zdroj: <http://portal.ucmeradi.sk>, Malynár a Matik

Kontext prednášky

- **Anotácia:** Prednáška pre žiakov základných škôl. Slúži na zopakovanie a precvičovanie zápisu čísel v desiatkovej sústave a niektorých kritérií deliteľnosti (dvoma, tromi, deviatimi) hravou formou.
- **Kľúčové slová:** ciferný súčet, deliteľnosť
- **Typ aktivity:** prednáška, gradovaná séria úloh
- **Predpokladané vedomosti:** vedomosti žiaka 7. ročníka

Úvod do sveta planéty čísel

- *Kdesi ďaleko v inej galaxii letí vesmírom jedna planéta. Na tejto planéte žijú prirodzené čísla. Nežijú ale len tak, každé samo, ale majú vymyslenú dokonalú organizáciu. Každé číslo má svojho nadriadeného, ktorý dohliada na to, aby dané číslo dobre vykonávalo svoju prácu.*
- *Každé číslo vie veľmi jednoducho zistiť, kto je jeho nadriadený. Funguje to takto: Keď k číslu pripočítam jeho ciferný súčet, dostanem jeho nadriadeného.*
- Napríklad $23 + 2 + 3 = 28$, $58 + 5 + 8 = 71$ a $101 + 1 + 0 + 1 = 103$,
- takže nadriadený čísla 23 je číslo 28, nadriadený čísla 58 je číslo 71 a číslo 101 je podriadené číslu 103.

Úloha 1

- Ktoré číslo je nadriadené číslu 7? Kto je nadriadený číslu 31?
A nadriadený jeho nadriadeného?

Úloha 1

- *Ktoré číslo je nadriadené číslu 7? Kto je nadriadený číslu 31?
A nadriadený jeho nadriadeného? [14, 35, 43]*

Úloha 2

- Kto je podriadený číslu 26? Kto je podriadený číslu 37? A čo 38?
- Kto je podriadený číslu 89? A čo 98?

Úloha 2

- *Kto je podriadený číslu 26? Kto je podriadený číslu 37? A čo 38?*
[22, 32, 28]
- *Kto je podriadený číslu 89? A čo 98?* **[76, 85]**

Zápis

- Vzťah podriadený – nadriadený je dobré mať nejako schematizovaný. Osvedčila sa šípka, ukazujúca z podriadeného na nadriadeného, napríklad $76 \rightarrow 89$, $85 \rightarrow 98$.

Úloha 3

- Má každé číslo svojho podriadeného?

Úloha 3

- *Má každé číslo svojho podriadeného?*
- **Odpoveď je samozrejme záporná. Už len preto, že podriadený je vždy číslo menšie, tak nie všetky prirodzené čísla môžu mať podriadeného. Toto je však priťažká myšlienka pre deti.**
- **Keď deťom necháme chvíľku čas (minútu, dve), tak zaručene objavia nepárne jednociferné čísla 1, 3, 5, 7 a 9, ktorá určite nemajú podriadeného.**

Úloha 4

- *Predstavte si, že ste číslo 3. Šestka ako váš nadriadený vám stále rozkazuje a dáva kopu nezmyselných úloh, z ktorých väčšinu dostala ona od svojho nadriadeného, od čísla 12, vy však nemáte podriadeného, na ktorého by ste svoju prácu mohli zvaliť. Čo vám iné ostáva ako bez frflania plniť príkazy svojich nadriadených a ich nadriadených? Takého číslo, ktoré nemá podriadeného, je úplný chudák.*
- Nazývajte odteraz čísla, ktoré nemajú podriadených, chudákmi. Je jasné, že nepárne jednociferné čísla sú chudáci. Prečo?

Úloha 4

- *Nazývajte odteraz čísla, ktoré nemajú podriadených, chudákmi. Je jasné, že nepárne jednociferné čísla sú chudáci. Prečo?*
- **Takými to otázkami pestujeme u detí schopnosť argumentovať a používať intuitívne dôkazy sporom: Ak by nepárne jednociferné číslo malo podriadeného, muselo by to byť opäť jednociferné číslo (podriadený je číslo menšie ako nadriadený). No nadriadený jednociferného čísla je jeho dvojnásobok, teda párne číslo. Preto nepárne jednociferné čísla nemajú podriadených, a teda sú to chudáci.**

Úloha 5

- Existujú aj ďalší chudáci? Sú aj medzi dvojčifernými číslami chudáci?

Úloha 5

- *Existujú aj ďalší chudáci? Sú aj medzi dvojčifernými číslami chudáci?*

Tu je veľmi dobré nechať deti tipovať čísla, o ktorých si myslia, že sú chudáci a písať ich na tabuľu. Ak niekto nájde podriadeného nejakého čísla, znázorníme tento vzťah šípkou.

Časom sa na tabuli objaví aj nejaký dvojčiferný chudák, zvyčajne ako prvé to je číslo 20. Opäť je žiadúce naviesť deti na „dôkazy“, prečo toto číslo je chudák.

Úloha 6

- Prečo sú nadriadení dvojciferných čísel začínajúcich na 1 vždy nepárne čísla?

Úloha 6

- *Prečo sú nadriadení dvojciferných čísel začínajúcich na 1 vždy nepárne čísla?*
- Sú aspoň dva možné argumenty, ktoré sa v triede môžu objaviť. Je dobré dať deťom priestor, aby si to medzi sebou vydiskutovali:
- 1. Ak číslo je párne, tak jeho druhá cifra je párna, preto jeho ciferný súčet je nepárny. Potom jeho nadriadený je súčet párneho (číslo) a nepárneho (ciferného súčtu), takže je nepárny. Ak je číslo nepárne, tak jeho druhá cifra je nepárna, preto jeho ciferný súčet je (číslo o 1 väčšie ako táto cifra, teda) párne číslo. Potom jeho nadriadený je súčet nepárneho (číslo) a párneho (ciferného súčtu), a teda je zase nepárne číslo.

Úloha 6

- **2. Nadriadený čísla 10 je očividne 11. Keď číslo 10 postupne zväčšujem, vždy o 1, tak aj jeho ciferný súčet sa zväčšuje o 1. Potom ale nadriadený sa v každom kroku zväčší o 2. No a keď ku 11 budem opakovane pridávať 2, vždy dostanem nepárne číslo.**

Úloha 7

- Je číslo 20 jediný dvojciferný chudák?

Úloha 7

- *Je číslo 20 jediný dvojciferný chudák?*
- **Deti väčšinou postupným skúšaním objavia, že ďalší dvojciferní chudáci sú čísla 20, 31, 42, 53, 64, 75, 86, 97.**
- **Overiť, že práve tieto čísla sú dvojcifrení chudáci, sa opäť dá viacerými spôsobmi.**

Úloha 8

- Nechajme chudákov chudákmi a pozrime sa na ďalší jav, ktorý na danej planéte vznikol. Keď vezmeme nejaké číslo, napríklad 15, tak vieme nájsť jeho nadriadeného, nadriadeného jeho nadriadeného, nadriadeného nadriadeného jeho nadriadeného, a tak ďalej. Celý tento reťazec teda tvorí jednu „firmu“.
- Pozrime sa bližšie na firmu, v ktorej pracuje číslo 15. Aj toto číslo má podriadeného, ktoré to je číslo?
- Aj to má ešte podriadeného, je to číslo 6, a jeho podriadený je číslo 3.
- Táto trojka je jediný chudák v celej firme. Ako odškodné, že je jediný chudák, má firma po ňom aspoň meno. Alebo má firma Trojka ešte niekde tú trojku schovanú?

Úloha 8

- Deti (okrem všeličoho nepodstatného) si rýchlo v postupnosti

3 → 6 → 12 → 15 → 21 → 24 → 30 → 33 → 39 → 51 → 57 → 69 → 84
→ 96 → ...

všimnú, že všetky čísla sú deliteľné tromi.

Úloha 9

- Tak ako chudáci sa majú horšie ako skoro všetci ostatní obyvatelia, sú aj takí, ktorí sa majú lepšie ako skoro všetci ostatní. Tých budeme volať BIG BOSS. Konkrétne číslo bude BIG BOSS, ak má dvoch priamych podriadených.
- Nájdite aspoň jedného BIG BOSS-a!

Úloha 9

- *Nájdite aspoň jedného BIG BOSS-a!*
- **Opäť sa po chvíli bzučania a hádania objavia prví BIG BOSS-ovia, spravidla malé trojciferné čísla, napr. 101, 103, atď. Ukáže sa, že jeden z podriadených BIG BOSS-a je v tomto prípade dvojciferné číslo a druhý je trojciferné číslo.**

Prípadné pokračovanie...

- Prednáška môže pokračovať hľadaním ďalších trojciferných BIG BOSS-ov, hľadaním najmenšieho trojciferného chudáka, hľadaním najmenšieho 4-ciferného BIG BOSS-a, atď. Tu už sa dajú vymyslieť úlohy ľubovoľnej náročnosti.
- Zaujímavé (ale naozaj ťažké) je zistiť, či môže mať nejaké číslo aj troch alebo dokonca viac ako troch priamych podriadených...