

# Funkcie, limita funkcie

# Funkcia

Funkcia je zobrazenie, ktoré každému  $x$  z množiny  $A$  priradí práve jedno  $y$  z množiny  $B$ .

$A$  je definičný obor  $f$ :  $D(f)$

$B$  je obor hodnôt  $f$ :  $H(f)$

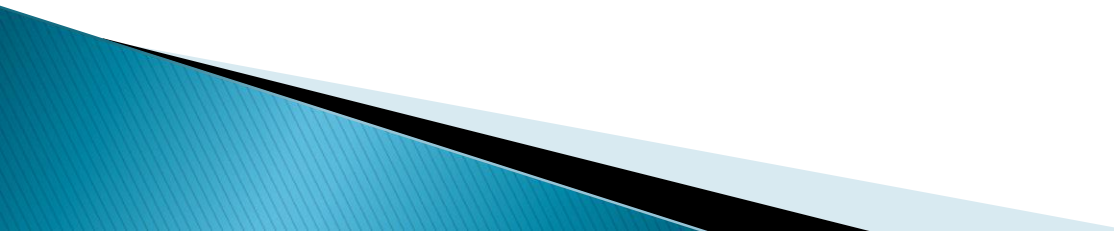
Zápis:  $f : A \rightarrow B$

$f : x \rightarrow f(x)$

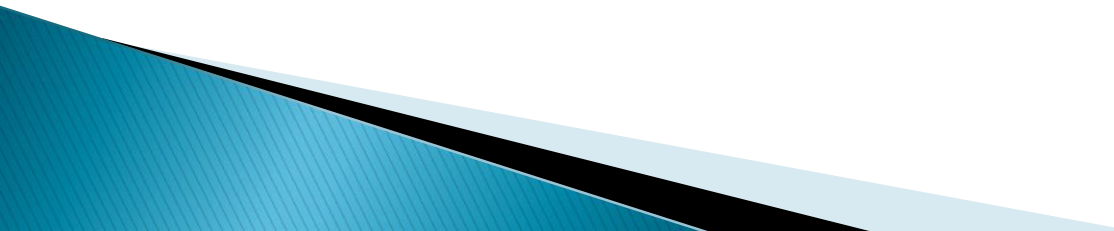
$f : x \rightarrow y$

$y = f(x)$

# Základné pojmy

- ▶ **Prostá funkcia**
  - ▶ **Párne funkcia, Nepárna funkcia**
  - ▶ **Inverzná funkcia**
  - ▶ **Rastúca funkcia, Klesajúca funkcia,  
Monotónna funkcia**
  - ▶ **Maximum, minimum**
- 

# Základné funkcie

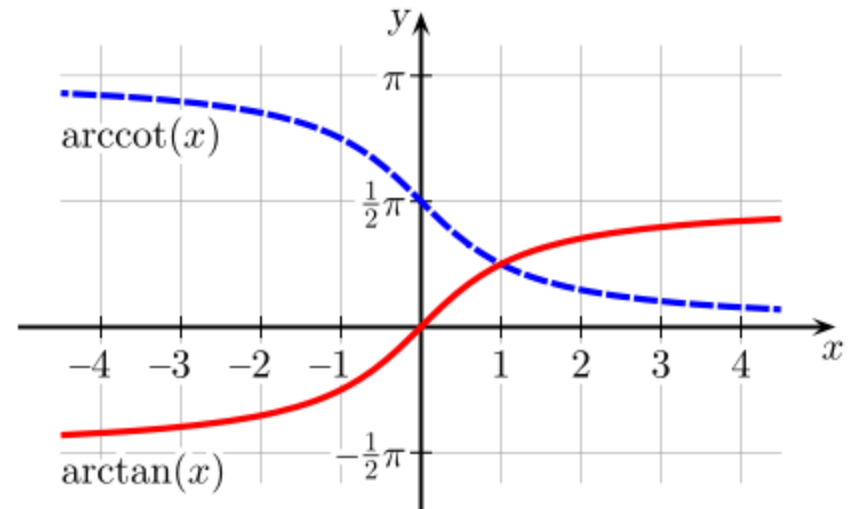
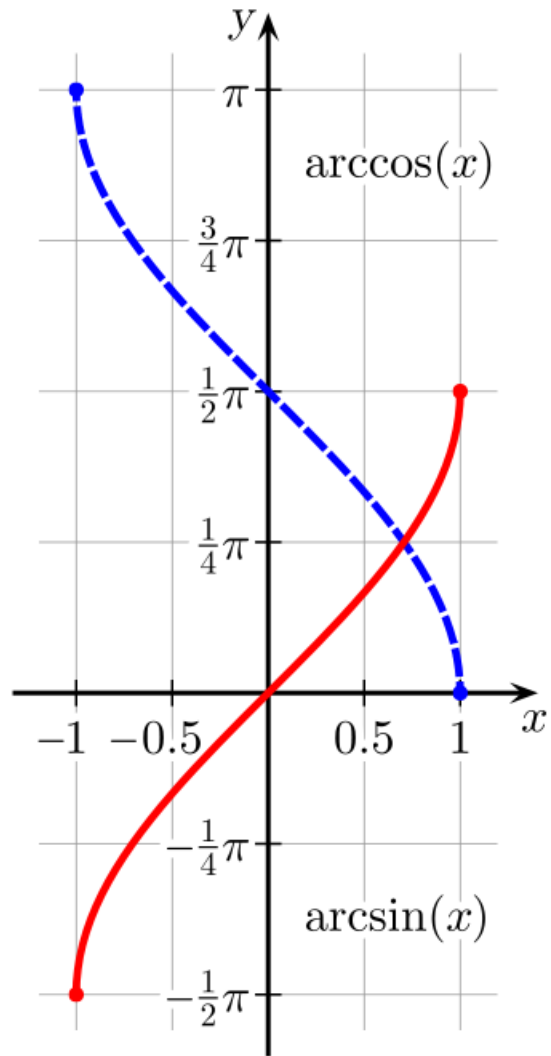
- ▶ Lineárna funkcia
  - ▶ Kvadratická funkcia
  - ▶ Kubická funkcia
  - ▶ Mocninové funkcie
  - ▶ Odmocninové funkcie
  - ▶ Goniometrické funkcie
  - ▶ Exponenciálne funkcie
  - ▶ Logaritmické funkcie
  - ▶ Lomená funkcia
- 

Nájdite definičný obor funkcie:

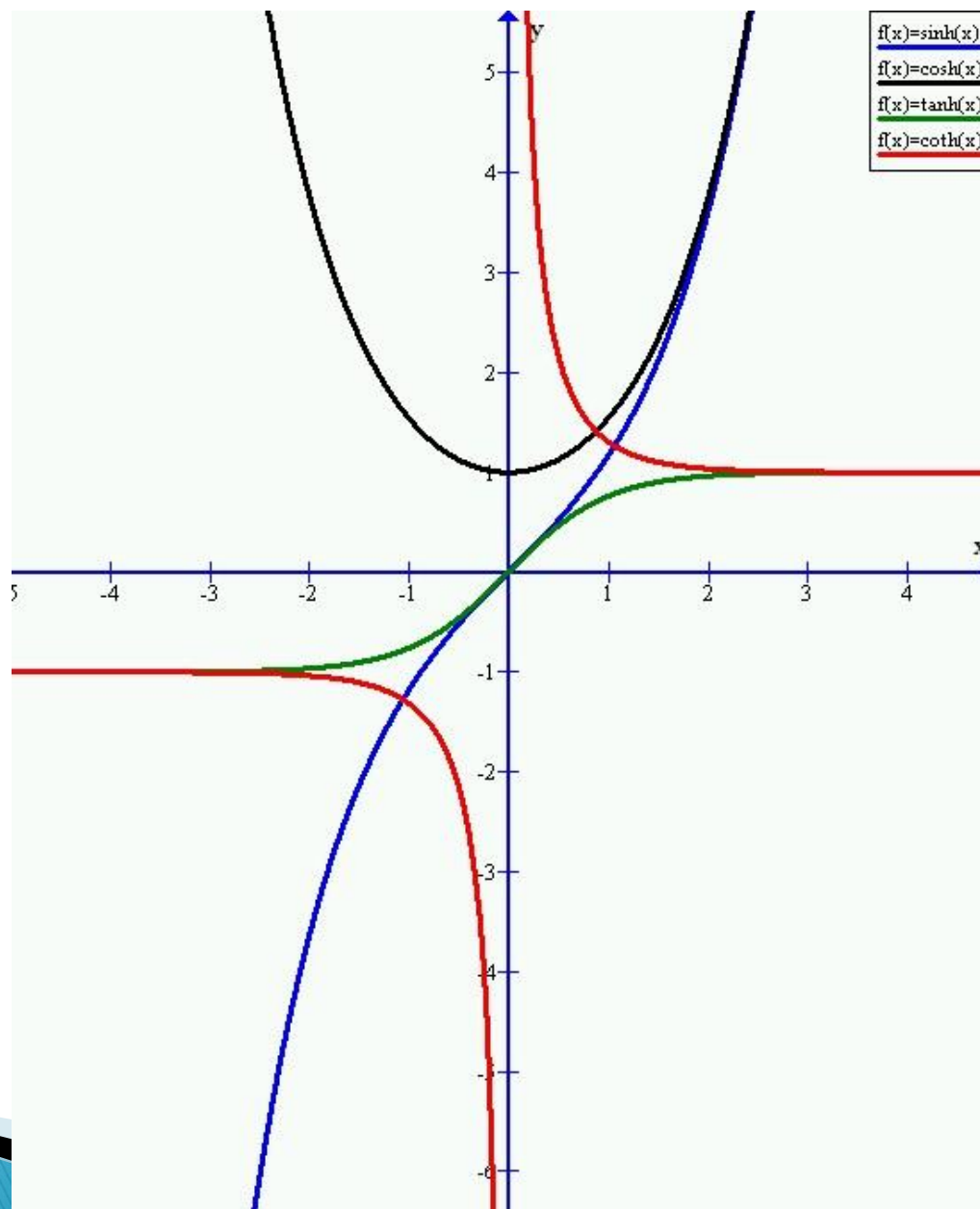
$$f(x) = \sqrt{3x - x^3}$$

$$f(x) = \log(x^2 - 4)$$

# Cyklometrické funkcie



# Hyperbolické funkcie



# Limita funkcie

Funkcia  $f(x)$  má limitu  $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = b$  ak platí:

$$\forall \{a_n\}_{n=1}^{\infty}, \lim_{n \rightarrow \infty} a_n = a : \lim_{n \rightarrow \infty} f(a_n) = b$$

Pr. Nájdite limitu funkcie:

$$\lim_{x \rightarrow 2} x^3 = ?$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x^2} = ?$$



# Vety o limitách funkcie

Nech  $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = a$ ,  $\lim_{x \rightarrow a} g(x) = b$   $a, b \in R$

$$\lim_{x \rightarrow a} (f \pm g) = a \pm b$$

$$\lim_{x \rightarrow a} (c \cdot f) = c \cdot a, c \in R$$

$$\lim_{x \rightarrow a} (f \cdot g) = a \cdot b$$

$$\lim_{x \rightarrow a} \left( \frac{f}{g} \right) = \frac{a}{b}, b \neq 0$$

# Vety o limitách

Vypočítajte limitu:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left( x^3 - \frac{3}{x^2} + 2 \right) =$$

Vypočítajte limitu:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left( 3 - \frac{1}{|x|} \right) =$$

# Užitečné vzorce

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x^k} = 0 \quad k > 0$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x} = 1$$

# Neurčité limity

Neurčité limity sú limity typu:

$$[\infty - \infty] \quad [1^{\pm\infty}] \quad [0^0] \quad [\infty^0]$$

$$[0 \cdot (\pm\infty)] \quad \left[ \frac{\pm\infty}{\pm\infty} \right] \quad \left[ \frac{0}{0} \right]$$

Definované limity  $a \in R$

$$[a \pm \infty] \quad [\infty + \infty] \quad [-\infty - \infty] \quad \left[ \frac{1}{\pm\infty} \right] \quad \left[ \frac{1}{0} \right]$$

# Limita funkcie – úlohy

Vypočítajte nasledujúce limity:

$$1) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x - 2}$$

$$4) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{x}$$

$$2) \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 + x - 12}$$

$$5) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{5x} - 1}{x}$$

$$3) \lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{x} - 2}{x - 4}$$

$$6) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{3x} - 1}{\sin 2x}$$