

Komplexné čísla

Príklad z praxe

Riešením Schrödingerovej rovnice pre atóm vodíka dostávame tri **2p** orbitály

$\psi_1 = N_1 \cdot e^{-\frac{r}{2a_0}} \cdot r \cdot \sin\theta \cdot e^{i\phi}$, $\psi_0 = N_2 \cdot e^{-\frac{r}{2a_0}} \cdot r \cdot \cos\theta$, $\psi_{-1} = N_1 \cdot e^{-\frac{r}{2a_0}} \cdot r \cdot \sin\theta \cdot e^{-i\phi}$, kde N_1, N_2 sú konštanty, a_0 je Bohrov polomer, r je vzdialenosť elektrónu od jadra. Nájdite reálnu a imaginárnu zložku ψ_0 a ψ_{-1} .

Vyriešte!

$$x^2 + 2x + 2 = 0$$

- ▶ V \mathbf{R} nemá riešenie
- ▶ Komplexné čísla, \mathbf{C}
- ▶ Imaginárna (komplexná) jednotka:

$$i^2 = -1$$

Vyriešte!

$$x^2 + 2x + 2 = 0$$

$$D = 4 - 8 = -4$$

$$\sqrt{D} = \sqrt{-4} = \sqrt{4} \cdot \sqrt{-1} = 2i$$

$$x_{1,2} = \frac{-2 \pm 2i}{2} = -1 \pm i$$

Úloha

Vyriešte v obore komplexných čísel:

$$x^2 - 4x + 6 = 0$$

Zápisy komplexných čísel

Algebraický tvar: napr. $-1 + i$

$$z = a + b \cdot i$$

a - reálna zložka komplex. čísla

b - imaginárna zložka komplex. čísla

$$|z| = \sqrt{a^2 + b^2} \quad - \text{absolútna hodnota komplex. čísla}$$

Zápisy komplexních čísel

Goniometrický tvar:

$$z = |z|(\cos \alpha + i \sin \alpha)$$

$$\cos \alpha = \frac{a}{|z|}, \sin \alpha = \frac{b}{|z|}$$

Zápisy komplexných čísel

Eulerov vzťah: $\cos \alpha + i \sin \alpha = e^{i\alpha}$

Exponenciálny tvar:

$$z = |z|(\cos \alpha + i \sin \alpha) = |z|e^{i\alpha}$$

Úlohy

Zapíšte v goniometrickom a exponenciálnom tvare komplexné čísla:

a) $z_1 = 2$ b) $z_2 = 1 + 2i$ c) $z_3 = -1 - \sqrt{3} \cdot i$

Vypočítajte:

a) $z_2 + z_3, z_2 - z_3$ b) $z_2 \cdot z_3, \frac{z_2}{z_3}$

c) $(z_2)^4, \sqrt{z_3}$

Moivreov vzorec

$$(\cos \alpha + i \sin \alpha)^n = \cos n\alpha + i \sin n\alpha$$

DOKÁŽTE!

Odvod'te vzorce pre:

$$\cos 2\alpha =$$

$$\sin 2\alpha =$$