

UNIVERZITA KONŠTANTÍNA FILOZOFA V NITRE

FAKULTA PRÍRODNÝCH VIED

ACTA MATHEMATICA 16

**zborník príspevkov z 11. nitrianskej matematickej konferencie organizovanej
Katedrou matematiky FPV UKF v Nitre dňa 27. júna 2013**

**pod záštitou dekana prof. RNDr. Ľubomíra Zelenického, CSc. pri príležitosti
20. výročia konštituovania Fakulty prírodných vied UKF v Nitre**

NITRA 2013

Názov: Acta Mathematica 16
Vydavateľ: Fakulta prírodných vied UKF v Nitre
Zostavovatelia: prof. RNDr. Ondrej Šedivý, CSc.
RNDr. Dušan Vallo, PhD.
RNDr. Kitti Vidermanová, PhD.

Rok vydania: 2013
Poradie vydania: prvé
Počet strán: 264
Počet výtlačkov: 100 ks

© UKF v Nitre 2013

ISBN 978-80-558-0365-4

EAN 9788055803654

OBSAH

JINDŘICH BEČVÁŘ: Teorie reálných čísel – od Eudoxa k Dedekindovi	3
GERGELY WINTSCHE: Games and Probabilities	15
EVA BARCÍKOVÁ: Využitie separovaných modelov k vytváraníu základných geometrických poznatkov	17
JAROSLAV BERÁNEK, JAN CHVALINA: Řešitelnost grup lineárních diferenciálních operátorů n-tého řádu	23
MARTIN BILLICH: Kuželosečky v řešení úloh o dotykoch	31
ANTONIO BOCCUTO, XENOFON DIMITRIOU: Limit Theorems for Topological Group-valued Measures with Respect to Filter Convergence	37
KRISTÍNA CAFIKOVÁ, MICHAELA REICHELOVÁ: Fermiho úloha riešená pomocou vyučovacej metódy Placemat	44
SOŇA ČERETKOVÁ: Mathematics B-day in Slovakia	50
JANKA DRÁBEKOVÁ: GeoGebra ako prostriedok vizualizácie riešení aplikačných úloh	56
JOZEF FULIER: O jednej zaujímavej triede funkcií viac premenných I.	62
JOZEF FULIER: O jednej zaujímavej triede funkcií viac premenných II.	68
MONIKA KRČMÁROVÁ: Využitie niektorých historických metód riešenia lineárnych rovníc vo vyučovaní matematiky	76
RADOMÍRA GREGÁŇOVÁ: Financial Mathematics in Electronic Study Materials	82
JOZEF HVORECKÝ: Explicitné a tacitné matematické znalosti.....	88
JOANNA JURECZKO: Using Graphic Display Calculator in Solving Some Problems Concerning Calculus	93
MICHAELA KLEPANCOVÁ, MAREK VARGA: O jednom odhade čísla π	99
MÁRIA KMEŤOVÁ: Druhé geometrické okno v programe GeoGebra	105
IVETA KOHANOVÁ: Matematika globálne	111
LÝDIA KONTROVÁ, IVANA POBOČÍKOVÁ: Solving Linear Differential Equations in Matlab	118
MÁRIA KÓŠOVÁ, EDITA SZABOVÁ, EVA UHRINOVÁ: Štatistické spracovanie výsledkov výstupného testu pre 7. ročník ZŠ projektu Kega 015 UKF – 4/2012	124
RENÁTA KUNOVÁ: Rôzne postupy riešenia vybranej úlohy z maturitného testu	131
LUKÁŠ LEDNICKÝ: Hranovo supermagické úplné ohodnotenie niektorých tried grafov	137
RENATA MAJOVSKÁ: Mind Maps as a Tool for Enlarging Mathematical Literacy	142
JANKA MELUŠOVÁ, JÁN ŠUNDERLÍK, SOŇA ČERETKOVÁ: Identification of Mathematics' Teachers Beliefs Connected to Inquiry-Based Learning	149
MAREK MOKRIŠ: Úlohy zo stereometrie v učebných textoch na primárnom stupni vzdelávania na Slovensku a v Nemecku – pohľad druhý	155
DANA ORSZÁGHOVÁ: Aplikačné úlohy vo vyučovaní lineárnej algebry	161
GABRIELA PAVLOVIČOVÁ, LUCIA RUMANOVÁ, JÚLIA ZÁHORSKÁ: Rozvoj geometrických predstáv o Pytagorovej vete	167

ALENA PRÍDAVKOVÁ: Úlohy s elementmi štatistiky v matematike primárnej školy ..	173
IVETA SCHOLTZOVÁ: Geometria a meranie v primárnej edukácii na Slovensku a v Írsku	179
MÁRIA SLAVÍČKOVÁ: Inovačné prístupy v príprave budúcich učiteľov matematiky .	184
EDITA SZABOVÁ: Projektové vyučovanie štatistiky pre nematematikov	191
ONDREJ ŠEDIVÝ, VILIAM ĎURIŠ: Neurodidaktika a vyučovanie matematiky	197
EVA UHRINOVÁ, MÁRIA KÓŠOVÁ, ĽUBOMÍR RYBANSKÝ, MARTA VRÁBELOVÁ: Školenia aktivity 1.4 NÚCEM a názory učiteľov na vyučovanie oblasti náhodnosť ...	203
DUŠAN VALLO, KITTI VIDERMANOVÁ: Aktívne učenie sa geometrie prostredníctvom topografických prác	210
PETER VANKÚŠ: Analysis of the Winning Strategy of the Game Enades as a Task for Pupils	218
ZUZANA VITÉZOVÁ: Zážitkové vyučovanie v matematike	224
PETER VRÁBEL, MONIKA KRČMÁROVÁ, ANNA HREŠKOVÁ: Výrazy s premennou a rovnice na základnej škole prostredníctvom riešenia problémov bežného života	230
PETER VRÁBEL, MARTA VRÁBELOVÁ: I – Convergence and I – Continuity of the Fuzzy Number-Valued Functions	237
MICHAL ZÁKOPČAN: Ako na L'Hospitala 2	243
KATARÍNA ŽILKOVÁ: Významné atribúty systému GeoGebra z pohľadu učiteľov matematiky	249

Posterová sekcia

VIERA UHERČÍKOVÁ: Priestorová predstavivosť v predškolskom veku.....	259
--	-----



INOVATIONS IN PREPARATION OF FUTURE MATHEMATICS TEACHERS

INOVAČNÉ PRÍSTUPY V PRÍPRAVE BUDÚCICH UČITEĽOV MATEMATIKY

MÁRIA SLAVÍČKOVÁ

ABSTRACT. *Paper deals with using information technologies in preparation future mathematics teachers, application of new teaching/learning procedures on lessons. We briefly describe activities on lessons that could help students obtain better interconnection between theoretical and practical knowledge in mathematics and its didactics.*

KEYWORDS: *preparation future mathematics teachers, innovations in teaching/learning process.*

ABSTRAKT. *V článku sa venujeme problematike prípravy budúcich učiteľov matematiky, zavádzaniu moderných technológií do vyučovania a aplikácií moderných učebných postupov priamo na vyučovacích hodinách. Ponúkame stručný opis prednášok a cvičení s aktivitami, ktoré majú budúcim učiteľom matematiky pomôcť k prepojeniu teoretických a praktických znalostí z preberanej problematiky.*

KEŤOVÉ SLOVÁ: *príprava budúcich učiteľov, inovačné prístupy k vyučovaniu.*

CLASSIFICATION: B59

Úvod

Dlhodobom sa stretávame s požiadavkami modernizácie, informatizácie a humanizácie školstva. O kríze v školstve (a nemáme na mysli finančnú) čítame už viac ako 15 rokov. Na učiteľov kladieme stále viac povinností, zodpovednosti, chceme aby sa vzdelávali, získavali kredity a pod. Vyvstáva potom otázka – to máme našich učiteľov tak slabo pripravených, že ich nútime sa ďalej „chodiť do školy“ a získavať kredity? Na druhej strane, na viacerých blogoch sa dočítame, že dobrý učiteľ sa vzdeláva aj sám, lebo nechce za svojimi študentmi zaostávať. Robí to vo svojom voľnom čase, dobrovoľne. Napr. Kuchtová v [1] píše: „*Správne motivovaný učiteľ nepotrebuje kredity z nepotrebných školení. Bude sa vzdelávať sám, ak chce uspieť a byť úspešný*“. Na to, aby mal učiteľ potrebu sa sám vzdelávať, je potrebného viesť už budúcich učiteľov (a nielen matematiky) k samovzdelávaniu, hľadaniu nových informácií a podniknúť v nich zvedavosť a túžbu získať najnovšie informácie nielen zo svojho odboru.

Na Fakulte matematiky, fyziky a informatiky Univerzity Komenského v Bratislave sa snažíme práve o vzbudenie potreby samoštúdia u budúcich učiteľov matematiky. Nie vždy sa samozrejme stretneme s pochopením, študenti vždy volia cestu menšieho odporu a minimálnej námahy, čo je častokrát na škodu vecí. Bohužiaľ, aj takíto ľudia potom idú učiť – bez záujmu o problematiku, bez záujmu o didaktiku a bez záujmu o čokoľvek, čo sa vyučovania profilových predmetov týka. Samozrejme, stále sa snažíme o inováciu študijných programov, aby študenti, ktorí skončia učiteľské štúdium na našej fakulte mali dostatočne rozvinuté všetky dôležité kompetencie pre vykonávanie učiteľského povolania. [2]

Postupné zmeny vo vyučovaní vybraných predmetov

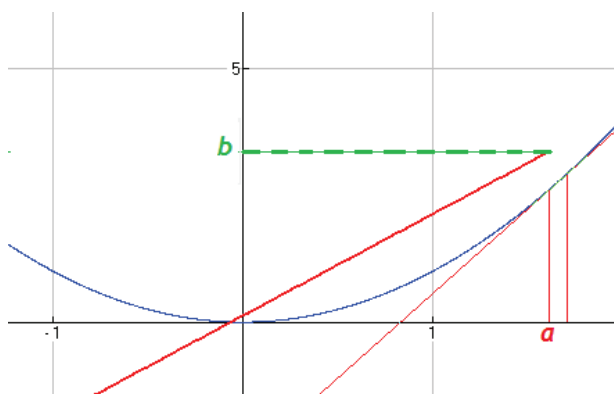
Zmeny vo vyučovaní sme začali robiť postupne, zo semestra na semester, z hodiny na hodinu. Zmeny sa týkali nielen didaktických, ale aj matematických predmetov. Dôvodom bolo ukázať budúcim učiteľom matematiky, že technológie používané vo vyučovaní matematiky neznamenaajú pripraviť si zopár snímok v Power Pointe, ale najmä interaktívne využitie dostupných matematických priamo na vyučovacej hodine. Vzhľadom na situáciu nielen v školstve sme volili voľne prístupné softvéry. Študenti dostávali (a stále dostávajú) za úlohu vypracovať projekty na rôzne témy, prípadne použiť softvér na demonštráciu matematického javu. K týmto úlohám je nevyhnutné naštudovať si vo voľnom čase napríklad zaujímavosti z histórie, nájsť v okolí objekty, ktoré možno opísať matematickou funkciou a pod. Prepojenie znalostí z viacerých predmetov vyučovaných na fakulte potom vedie k zaujímavým projektom, ktoré sú prezentované pred spolužiakmi a vyučujúcimi. Bližšie opíšeme niektoré aktivity v príprave budúcich učiteľov matematiky.

Matematická analýza

Predmet, ktorý absolvujú všetci študenti, majúci na vysokej škole aspoň semester matematiky. Výnimkou nie sú ani budúci učelia matematiky. V matematickej analýze je veľa pojmov, ktoré možno zaviesť veľmi pútavým a do podstaty idúcim spôsobom. Ako ukážku uvedieme pojem derivácie. Definícia derivácie a následné mechanické počítanie derivácie súčinu, podielu funkcií a zložených funkcií bol zvyčajný postup. My sme však po zavedení definície derivácie pokračovali inak – študentom sme zadali gradovanú úlohu (podľa [3]):

- nájsť pomocou definície hodnotu derivácie funkcie v danom bode,
- z definície nájsť dotyčnicu ku grafu funkcie v danom bode,
- nájsť množinu všetkých smerníc dotyčníc ku grafu funkcie vo všetkých bodoch z definičného oboru funkcie

Vo všetkých troch prípadoch sme použili softvér GraphicCalculus. Na obr. 1 je riešenie znázornený priebeh riešenia úlohy: „Nájdite množinu všetkých bodov $[a, b]$, pre ktoré platí: $a \in D_f$ funkcie $y = x^2$, b je hodnotou smernice dotyčnice ku grafu tejto funkcie v bode a .“ Program pracoval nasledovne: najskôr sa vypočítala hodnota smernice dotyčnice v danom bode (a), táto hodnota bola následne nanesená ako y -ová súradnica bodu, v ktorom sa dotyčnica zostrojila. Používateľ mohol meniť presnosť, s ktorou program počítal, zmenou hodnoty Δx . Z ukážky vidno, že hodnota Δx bola pomerne vysoká, keďže vznikajúca priamka (ktorej predpis by mal byť $y = 2x$) neprechádza bodom $[0,0]$.



Obrázok 1: hľadanie hodnoty smernice dotyčnice ku $y = x^2$ v bode a

Podobným spôsobom sme pracovali aj s pojmom limita postupnosti a funkcie, integrálom (cez integrálne súčty) a aplikácie derivácie a integrálu. Keďže GraphicCalculus má voľne dostupnú DEMO verziu (<http://www.vusoft2.nl/DownloadDemo.htm>), využili sme to nielen na hodinách, ale študenti mali možnosť sa s programom pracovať aj doma. Keďže sme vedeli týmto spôsobom nakresliť grafy všetkých dôležitých funkcií a ich derivácii, urobili sme neformálne odvodenie vzorcov pre derivovanie (len pomocou určenia rovnice vzniknutých kriviek v programe), ktoré boli neskôr na prednáške odvodené formálne.

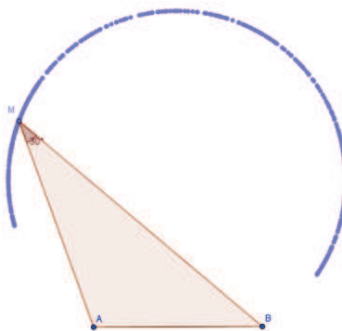
Didaktický seminár zo školskej matematiky

Predmet, na ktorom sa študenti stretávajú s úlohami zo základnej školy a stredoškolskej matematiky, s cieľom nielen vedieť ich vypočítať (čo by nemal byť problém), ale aj vedieť urobiť rozbor úlohy. Ukážeme použitie ďalších softvérov na dvoch témach z tohto predmetu.

Pôjde o programy GeoGebra (<http://www.geogebra.org/cms/sk/download>) a VuStat (<http://www.vusoft2.nl/DownloadDemo.htm>). Samozrejme, možno použiť aj program GraphicCalculus napr. pri vyučovaní funkcií alebo finančnej matematiky.

Téma 1: Konštrukčné úlohy

Klasické použitie nástroja dynamickej geometrie GeoGebra. Väčšina učiteľov tento program pozná, je zadarmo stiahnuteľný. Veľkou výhodou je, že okrem nakresleného útvaru máme možnosť vidieť aj analytické vyjadrenie objektov (túto možnosť môžeme skryť, alebo ukázať v závislosti od cieľa vyučovacej hodiny). Napr. úloha o množine bodov danej vlastnosti: „*V rovine je daná úsečka AB. Zostrojte množinu všetkých bodov tejto roviny, z ktorých vidieť úsečku AB pod uhlom 30° .*“

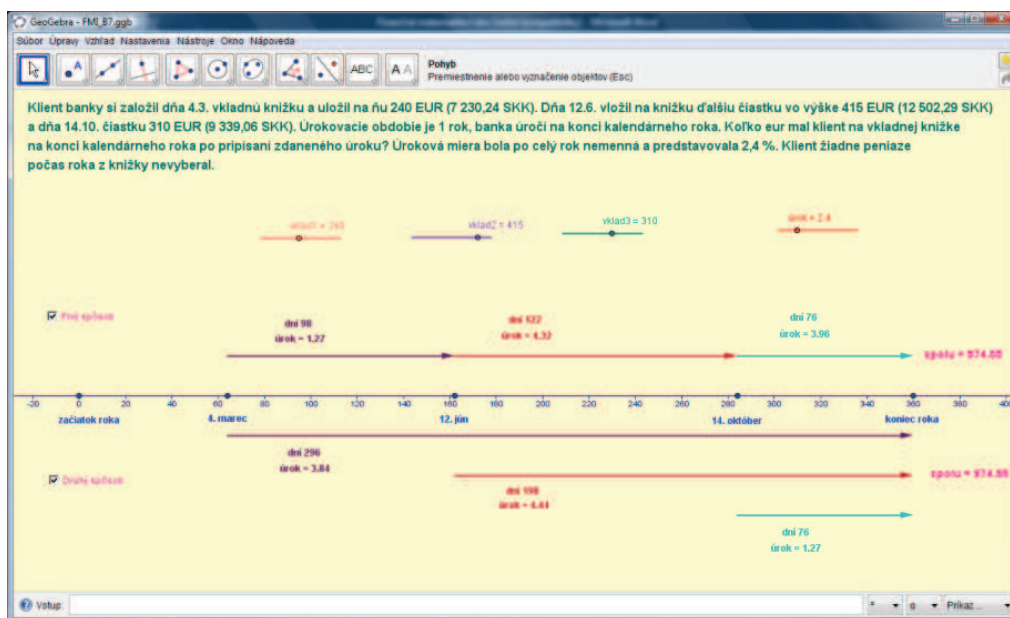


Obrázok 2: množina bodov danej vlastnosti

Zapnutím stopy bodu M v trojuholníku ABM s uhlom veľkosti 30° pri vrchole M vidíme, aký útvar nám vznikol. Otázka je, prečo a ako. Diskusia k úlohám je veľmi dôležitá, snažíme sa viesť budúcich učiteľov matematiky k vecnej argumentácii a objasnení matematických zákonitostí. Samozrejme, na obr. 2 je demonštrované riešenie len v jednej polrovine. Ako a či existuje riešenie aj v druhej polrovine je opäť témou na diskusiu. Samozrejme, študenti si pamätajú, že boli „nejaké veľké a malé kružnice“, dôraz sa však snažíme klásť na argumentáciu, že PREČO je to tak. Ďalšie zaujímavé úlohy a aktivity sú opísané v [4].

Téma 2: Finančná matematika

Ukážeme aj negeometrické využitie programu GeoGebra, kde demonštrujeme dva rôzne prístupy k riešeniu danej úlohy. Zadanie úlohy znelo: „Klient banky si založil dňa 4.3. vkladnú knižku a uložil na ňu 240 EUR (7 230,24 SKK). Dňa 12.6. vložil na knižku ďalšiu čiastku vo výške 415 EUR (12 502,29 SKK) a dňa 14.10. čiastku 310 EUR (9 339,06 SKK). Úrokovacie obdobie je 1 rok a banka úročí na konci kalendárneho roka. Koľko EUR mal klient na vkladnej knižke na konci kalendárneho roka po pripísaní zadaného úroku? Úroková miera bola po celý rok nemenná a predstavovala 2,4%. Klient žiadne peniaze počas roka z knižky nevybral.“ Z diskusie so študentmi sme zistili, že práve spôsob úročenia daných bankových produktov (periodicita úročenia a doba úročenia) spôsobujú študentom problémy pri riešení tohto typu úloh. Názorná demonštrácia (obr. 3) prostredníctvom GeoGebry tento problém do určitej miery odstránila. Manipuláciou s posuvníkmi mali študenti zároveň možnosť sledovať vplyv výšky vkladu a doby jeho úročenia na celkový zisk na konci úrokovacieho obdobia. Pri riešení danej úlohy sme okrem názorného vysvetlenia spôsobov úročenia pomocou GeoGebry využívali i MS Excel, v ktorom sme však nepoužívali preddefinované finančné funkcie, túto aplikáciu študenti využívali na urýchlenie výpočtov. [5]

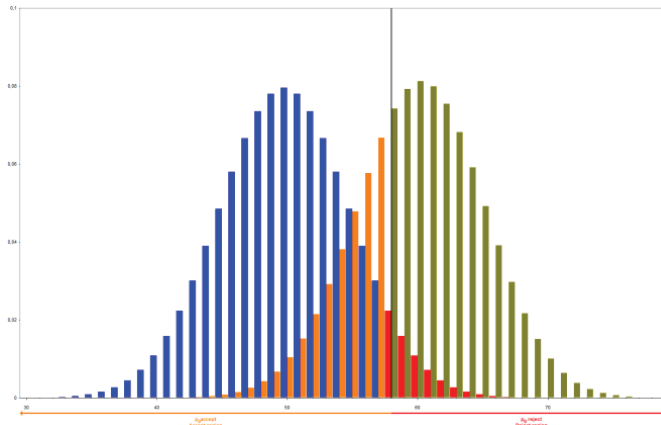


Obrázok 3: Demonštrácia dvoch rôznych spôsobov riešenia úlohy zameranej na úročenie na sporiaciach účtoch

Téma 3: Štatistika

Použili sme softvér VuStat, ktorý je zameraný na demonštráciu pravdepodobnostných a štatistických javov. Ukážeme si výstup z programu na príklade: „Dodávateľ tvrdí, že jeho výrobok vydrží záťaž X . Objednávateľ si chce byť istý, že hovorí pravdu, a preto si vyberie vzorovú zásielku objednaného tovaru. Ten však požadovanú záťaž nevydržal. Má možnosť uspieť v spore s dodávateľom?“ Situáciu sme nasimulovali v spomínanom programe. Stanovili sme si nulovú hypotézu: *dodávateľov výrobok vydrží záťaž X* a alternatívnu: *dodávateľov výrobok nevydrží záťaž X* . Program nám výsledok graficky znázornil (obr. 4, vľavo dodávateľ, vpravo objednávateľ), úlohou bolo rozhodnúť o platnosti alternatívnej hypotézy. Na základe zvoleného kritéria nám deliaca čiara určuje, že neplatnosť hodnoty „vľavo“ je menej pravdepodobná, ako neplatnosť hodnoty „vpravo“. Grafy na obr. 4 čítame nasledovne: pravdepodobnosť, že prijmeme alternatívu,

keď platí nulová hypotéza je nižšia, ako naopak (podľa prienikov oboch grafov). V tejto situácii sa objednávateľ nemôže sťažovať, bo nie je štatisticky významný rozdiel medzi tým čo dodávateľ deklaruje a reálne dodá.



Obrázok 4: chyba prvého a druhého druhu

Dôležitosť interpretácie výsledku je opäť veľmi dôležitým prvkom. Pre zistenie konkrétnych hodnôt program ponúka možnosť otvorenia dialógového okna s vysvetlením v anglickom jazyku (jazyk závisí od stiahnutej verzie, slovenčina ani čeština zatiaľ nie sú k dispozícii)

Didaktika matematiky

Inovácie prešli aj do na pohľad veľmi teoretického predmetu, akým je didaktika matematiky. Preto sme do vyučovania priamo zaradili projektové vyučovanie, ukážky problem-solving metódy a samozrejme využívanie informačných technológií. Študenti boli nabádaní k vymýšľaniu podobných aktivít v rámci pracovných skupín, kde mohli využiť aj medzi predmetové vzťahy (študenti boli rozdelení vyučujúcim do skupín tak, aby tam bolo zastúpených čo najviac predmetov, napr. matematika, informatika, fyzika, biológia, telesná výchova).



Obrázok 5: ukážka študentského projektu

Študenti dostali zadanú tému projektu, ktorú mali spracovať a následne prezentovať pred spolužiakmi a učiteľmi. Témy sa každý rok menia, zvyčajne však ide o modifikáciu témy „matematika okolo nás“ (obr. 5). Študenti sú rozdelení do minimálne 4-členných skupín, kde sa učia nielen spolupráci a plánovaniu, ale aj vecnej argumentácii, pokiaľ má

niekto na spracovanie projektu iný názor. Projekt prezentuje zvyčajne jeden zástupca, výnimkou bol projekt zo školského roku 2010/2011, keď si skupina pripravila divadelné predstavenie. Prínos takéhoto typu vzdelávania vidíme najmä vo využití získaných teoretických vedomostí z prednášky pri praktickom použití. Tým, že všetci študenti sú prítomní pri prezentovaní projektov ostatných skupín, vznikajú nové nápady a podnety, čo mohli ešte urobiť, čo mohli urobiť lepšie a čomu nebolo treba venovať až takú pozornosť.

Záver

Vývoj softvérov napreduje veľkou rýchlosťou. Implementácia nových funkcií do existujúcich programov (či už výučbových, alebo nie) nás na jednej strane núti stále sa vzdelávať, no strane druhej nám to uľahčuje prípravy na vyučovanie. Napr. najnovšia verzia GeoGebry má už zabudované aj nástroje na prácu s finančnou matematikou (a mnohé ďalšie negeometrické funkcie), ktoré umožnia jednoduchšiu prípravu aktivít.

Informačné technológie nám ponúkajú silný potenciál vo vyučovaní matematiky, ak sa použijú rozumne (tj. nie za každú cenu na každú tému). Sami sme mali možnosť overiť si v praxi prínos výučby podporovanej technológiami. Prínos možno zhrnúť do nasledujúcich troch bodov:

- *pozitívne reakcie na formu a obsah vzdelávania* – výroky študentov počas vyučovania, ako aj reakcie v študentskej ankete, kde majú možnosť sa po skončení semestra vyjadriť k náplni a forme konkrétneho predmetu
- *zlepšenie študijných výsledkov* – z priemerne dosahovaných 55% na 75% z priebežného testovania študentov
- *zlepšenie vzťah k predmetu samotnému* – výsledky študentskej ankety poukazujú na zlepšenie o 1 až 2 stupne vzhľadom na dlhodobý priemer hodnotenia predmetu v predchádzajúcich rokoch

V príspevku sme sa pokúsili načrtnúť spôsob prípravy budúcich učiteľov, o ktorom predpokladáme, že bude viesť k aktívnejšiemu využívaniu informačných technológií a nových prístupov k vyučovaniu matematiky na školách. Predpokladaný dopad, okrem osvojenia si vedomostí z odboru, je aj použitie zažitých metód výučby v školskej praxi, otvorenosť pre zmeny v obsahu a forme. Práca s technológiami a používanie inovačných metód môže napomôcť aj ako prevencia pred formálnymi poznatkami, či už u študentov učiteľstva matematiky, alebo neskôr u ich žiakov, resp. študentov na ZŠ, resp. SŠ.

Literatúra

- [1] Kuchtová, J. (2011). *Pánu ministromi Jurzycovi*. [on-line], [marec 2013], dostupné na: <http://jaroslavakuchtova.blog.sme.sk/c/272229/Panu-ministromi-Jurzycovi.html>
- [2] Uherčíková V. – Vankúš P. (2009). *Inovácia študijných plánov v príprave budúcich učiteľov matematiky za účelom rozšírenia ich kompetencií*. Acta Mathematica, Vol. 12, UKF Nitra, Nitra, s. 263-268. ISBN 978-80-8094-614-2
- [3] Slavičková M. (2009). *Using Graphic Calculus on calculus lessons*. Acta Didactica Universitatis Comenianae – Mathematics: Issue 9. Comenius University in Bratislava, 2009, ISBN 978-80-223-2697-1
- [4] Kohanová I. – Regecová M. (2010). *Softvér GeoGebra ako nástroj dynamickej matematiky pre sekundárne vzdelávanie*. Symposium on Computer Geometry SCG '2010: Proceedings, Vol. 19. - Bratislava: Slovenská technická univerzita, ISBN 978-80-227-3364-9, S. 66-78

- [5] Regecová M., Slavičková M. (2011). *Dynamický softvér v príprave budúcich učiteľov matematiky*. Nové trendy v teórii vyučovania matematiky. Nitra UKF 2011. str. 46-54. ISBN 978-80-8094-853-5

Článok prijatý dňa 2. mája 2013:

Adresa autora

PaedDr. Mária Slavičková, PhD.

Katedra algebry, geometrie a didaktiky matematiky, Fakulta matematiky, fyziky a informatiky, Univerzita Komenského v Bratislave, Mlynská dolina., SK – 842 48 Bratislava;

e-mail: slavickova@fmph.uniba.sk

PodĎakovanie

Článok vznikol za podpory grantu KEGA 091UK-4/2012.