

**EFEKTÍVNOSŤ VYUČOVANIA
MATEMATIKY METÓDOU
DIDAKTICKÝCH HIER**

Peter Vankúš

UNIVERZITA KOMENSKÉHO V BRATISLAVE
FAKULTA MATEMATIKY, FYZIKY A INFORMATIKY

Bratislava 2016

Publikácia vydaná v rámci grantu KEGA č. 074UK-4/2014 *Efektívnosť
vyučovania matematiky metódou didaktických hier.*

© PaedDr. Peter Vankúš, PhD.

Vydavateľ: KEC FMFI UK Bratislava

ISBN: 978 – 80 – 8147 – 073 – 8

OBSAH

Obsah	3
Zoznam tabuliek	4
Zoznam vzťahov	4
Predhovor	5
Úvod	7
1 Didaktická hra	9
2 Hra v dejinách edukácie.....	17
3 Používanie didaktických hier v súčasnom vyučovaní matematiky..	31
4 Výskumy vyučovania matematiky metódou didaktických hier	39
5 Efektívnosť vyučovacích metód	49
6 Metodika zisťovania efektívnosti vyučovacích metód	55
7 Výskumné nástroje	61
7.1 Didaktický test.....	62
7.2 Dotazník zisťujúci postoje žiakov	74
8 Vlastné výskumy efektívnosti vyučovania matematiky metódou didaktických hier.....	89
8.1 Výskum realizovaný v rokoch 2002–2005	89
8.2 Výskum realizovaný v rokoch 2015–2016	116
8.3 Zhrnutie výsledkov výskumov	123
Záver	129
Zoznam literatúry	131

ZOZNAM TABULIEK

<u>Tabuľka 7.1</u>	Zoznam špecifických cieľov učiva testovaného učiva Obsah obrazca (Obdĺžnik, štvorec)	str. 63
<u>Tabuľka 7.2</u>	Špecifická tabuľka k didaktickému testu	str. 64
<u>Tabuľka 7.3</u>	Didaktický test	str. 65
<u>Tabuľka 7.4</u>	Navzájom ekvivalentné úlohy testu, bodovanie a váha jednotlivých úloh	str. 69
<u>Tabuľka 7.5</u>	Použitý dotazník	str. 76
<u>Tabuľka 7.6</u>	Skórovanie jednotlivých položiek dotazníka	str. 78
<u>Tabuľka 7.7</u>	Dotazník	str. 82
<u>Tabuľka 7.8</u>	Rozdelenie položiek dotazníka do oblastí	str. 84
<u>Tabuľka 7.9</u>	Číselné hodnoty pre jednotlivé odpovede v položkách dotazníka uvedeného v tabuľke 7.7	str. 86
<u>Tabuľka 8.1</u>	Výsledky dotazníka 2015	str. 118
<u>Tabuľka 8.2</u>	Výsledky dotazníka 2016	str. 119
<u>Tabuľka 8.3</u>	Rozdiely medzi triedami v období 2015–2016	str. 120
<u>Tabuľka 8.4</u>	Rozdiely medzi triedami v roku 2015	str. 121
<u>Tabuľka 8.5</u>	Rozdiely v zmenách postojov medzi 6. a 7. ročníkov v kontrolnej a experimentálnej skupine	str. 122

ZOZNAM VZŤAHOV

<u>V1</u>	Relatívna percentuálna úspešnosť testu	str. 69
<u>V2</u>	Vážené skóre testu	str. 70
<u>V3</u>	Priemerné skóre testu	str. 70
<u>V4</u>	Smerodajná odchýlka testu	str. 70
<u>V5</u>	Variačný koeficient testu	str. 71
<u>V6</u>	Pearsonov koeficient korelácie	str. 72
<u>V7</u>	Cronbachov vzťah na určenie reliability testu	str. 73
<u>V8</u>	Aritmetický priemer skóre dotazníka	str. 79
<u>V9</u>	Smerodajná odchýlka skóre dotazníka	str. 79
<u>V10</u>	Variačný koeficient dotazníka	str. 79
<u>V11</u>	Cronbachov vzťah na určenie reliability dotazníka	str. 80
<u>V12</u>	Arkussínusová transformácia	str. 95
<u>V13a</u>	Smerodajná výberová chyba priemeru prvého súboru	str. 96
<u>V13b</u>	Smerodajná výberová chyba priemeru druhého súboru	str. 96
<u>V14</u>	Smerodajná výberová chyba rozdielov priemerov	str. 97
<u>V15</u>	Hodnota t-testu	str. 98

PREDHovor

*Len máloktorá vyučovacia metóda má
také presvedčivé predpoklady pre realizáciu
jednoty výchovného a vzdelávacieho
pôsobenia na dieťa ako hra.*

J. Cejpeková (1996)

*Hranie a hry patria k najdôležitejším
prvkov vývoja dieťaťa, pretože sú
prírodným vyjadrením detských
vnútorných potrieb.*

F. W. A. Fröbel, (1826)

Predkladaná publikácia si kladie za cieľ oboznámiť čitateľa s problematikou zisťovania efektívnosti vyučovania matematiky metódou didaktických hier. Venuje sa teoretickým východiskám uvedenej oblasti, výsledkom výskumov realizovaných na Slovensku aj v zahraničí. Ťažiskom publikácie sú ale výsledky výskumov realizovaných autorom v minulosti a výskumu realizovaného autorom a riešiteľským kolektívom v rámci projektu KEGA č. 074UK-4/2014 *Efektívnosť vyučovania matematiky metódou didaktických hier.*

Uvedený projekt si ako ciele stanovil uskutočniť výskum efektívnosti vyučovania matematiky metódou didaktických hier, publikovať jeho výsledky a zostaviť učebné materiály na zefektívnenie vyučovania matematiky. Predkladaná publikácia je teda fyzickou realizáciou cieľa publikovať výsledky uvedeného výskumu.

Výsledky tohto výskumu majú snahu obohatiť vyučovanie matematiky v nižšom sekundárnom vzdelávaní a tiež byť prínosom pre vedecký odbor Teórie vyučovania matematiky. V publikácii uvedená metodika tohto výskumu a najmä vytvorené výskumné nástroje sú

výstupmi potencionálne použiteľnými tiež pre ďalšie výskumy efektívnosti vyučovacích metód a preto sú užitočné pre skvalitnenie vzdelávania.

Veríme, že publikácia splní svoj účel a bude pre čitateľa prínosnou a pritom pútavou.

Peter Vankúš
Bratislava, 2016

ÚVOD

*Vyučovanie a učenie sa matematiky
by malo mať charakter hry, ktorá je
prácou, aby raz bola prácou, ktorá sa
stala hrou.*

D. Jedinák, (1979)

Publikácia pozostáva z ôsmich kapitol, venujúcich sa problematike efektívnosti vyučovania matematiky, didaktickým hrám, používaniu didaktických hier vo vyučovaní matematiky a vplyvom tohto používania na efektívnosť vyučovania.

V prvej kapitole nájde čitateľ vymedzenie pojmu didaktická hra, špecifiká takejto hry vzhľadom na pojem hra a tiež základné prvky štruktúry didaktickej hry. Na záver kapitoly uvádzame našu pracovnú definíciu didaktickej hry, ako ju chápeme v rámci publikácie.

Druhá kapitola obsahuje historický prehľad názorov na úlohu hry v edukácii. Sú tu uvedené pohľady mnohých významných historických osobností, ktoré podporovali miesto hry vo vzdelávaní.

Tretia kapitola pojednáva o používaní didaktickej hry vo vyučovaní matematiky na Slovensku a v Čechách v 20. a 21. storočí. Uvádzame vybrané publikácie venujúce sa danej téme.

Štvrtá kapitola približuje výskumy integrácie didaktickej hry do vyučovania matematiky na Slovensku i vo svete.

V piatej kapitole sa venujeme efektívnosti vyučovacích metód, pre účely našich výskumov tu zavádzame našu pracovnú definíciu tejto efektívnosti.

Šiesta kapitola obsahuje nami navrhnutú metodiku zisťovania efektívnosti vyučovacích metód a tiež niektoré dôležité faktory ovplyvňujúce kvalitu tohto zisťovania.

Úvod

Siedma kapitola oboznamuje čitateľa s nami navrhnutými nástrojmi na zisťovanie efektívnosti vyučovania matematiky metódou didaktických hier.

Ôsma kapitola potom obsahuje opis nami realizovaných výskumov a ich výsledky.

Pre teoretický prehľad v problematike didaktických hier, ich používania vo vyučovaní matematiky a výsledkoch takéhoto vyučovania sú dôležité prvé štyri kapitoly. Teoretický prehľad v problematike efektívnosti vyučovacích metód a metodiky jej zisťovania podávajú kapitoly päť a šesť. Nami vytvorené nástroje na zisťovanie efektívnosti vyučovania matematiky metódou didaktických hier uvádzame v kapitole sedem. Tieto nástroje sme využili v nami realizovaných výskumoch, ktorých priebeh a výsledky sú opísané v ôsmej kapitole.

1 DIDAKTICKÁ HRA

Kľúčovým pojmom tejto práce je **didaktická hra**. Skúsime si tento pojem priblížiť.

V jazyku všeobecne je slovo hra nezvyčajne mnohovýznamové. Používa sa na označenie zábavy a rozptýlenia, ale i divadelného či hudobného diela, alebo ľahkomyselnej činnosti – napr. „hrať sa na hrdinu“.

Rozdielne chápanie pojmu hra pozorujeme i z hľadiska rôznych národov. U starovekých Grékov znamenalo slovo hra činnosť vlastné detom, predovšetkým to, čo dnes označujeme ako šantenie, zatiaľ čo Židia chápali pod slovom hra žartovanie a smiech. Rímske „ludo“ znamenalo hra, radosť a veselosť, v sanskrite „kliada“ je hra, radosť. V súčasných európskych jazykoch sa pod hrou rozumie široký okruh ľudských činností, ktoré na jednej strane nesúvisia s ťažkou prácou a na druhej strane poskytujú ľuďom veselosť a uspokojenie. Takto sa do tohto výrazu začalo zaraďovať množstvo pojmov, začínajúc od detskej hry na vojačikov až po stvárňovanie hrdinov na scéne divadla, od hlbavej šachovej hry až po vrcholné umenie huslistu. (Eľkonin, 1983)

Ak nahliadneme do pedagogického slovníka (Průcha, Walterová a Mareš, 1998, s. 82) pod heslom hra tu nájdeme:

Hra: Forma činnosti, ktorá sa líši od práce aj od učenia. Človek sa hrou zaoberá celý život, avšak v predškolskom veku má špecifické postavenie – je hlavným typom činnosti. Hra má množstvo aspektov: aspekt poznávací, precvičovací, emocionálny, pohybový, motivačný, tvorivostný, fantazijný, sociálny, rekreačný, diagnostický, terapeutický. Zahrňuje činnosti jednotlivca, dvojice, malej i veľkej skupiny. Existujú hry, k uskutočňovaniu ktorých sú nutné špeciálne pomôcky (hračky, herné pomôcky, športové náčinie, nástroje, prístroje). Väčšina hier má podobu sociálnej interakcie s explicitne formulovanými pravidlami

(danými dohodou aktérov alebo konvenciami). V hre sa mnoho pozornosti venuje jej priebehu (hry s prevahou spolupráce, súťaže). Východiskovú situáciu, priebeh a výsledky niektorých hier možno formalizovať a rozhodovanie hráčov exaktne študovať. Týmto otázkami sa zaoberá špeciálna matematická disciplína – teória hier.

Daná definícia obsahuje odlišenie hry od práce a učenia. To spočíva najmä v skutočnostiach, že účasť na hre nie je povinná a na rozdiel od práce popudom ku hre nebýva hmotné ohodnotenie. Účasť v hre je motivovaná najmä pozitívnymi pocitmi a radosťou z jej priebehu. Dôležité je, že prostredníctvom hry sa dajú rozvíjať niektoré aspekty potrebné i v práci a učení. V nasledujúcej definícii hry (Böhm, 1988, s. 556–557), ktorá sa vo význame tohto slova zhoduje s predchádzajúcim ponímaním, sú stručne uvedené názory na funkciu hry:

Hra: Spontánna aktivita, ktorej účel a cieľ je ona sama a nesleduje vedome iné ciele (na rozdiel od práce). Každá ľudská činnosť môže získať charakter hry, keď sa koná len pre potešenie a radosť z jej konania. Tak existujú hry: zmyslové, pohybové, fantazijné, napodobňovacie, jazykové, spoločenské, ľúbostné, myšlienkové atď. Neustále sú pokusy mnohorakosť hier rozčleniť a objasniť podľa ich funkcií. Najčastejšie sa vyskytujú tieto poňatia hry:

- ako prejav nadbytku energie (Spencer),
- ponímanie hry ako návratu na predošlé vývojové stupne (Stanley, Hall),
- uvoľnenie (Carr, Freud, Adler),
- nevedomá príprava na budúcnosť (Groos, Claparede),
- spôsob poznávania (Volpicelli, Fink).

Okrem didaktickej funkčnosti a s tým spojeným zaujatím zmyslov (napríklad učebné a didaktické hry) má hra podľa Fröbela a Schillera hlboké pedagogicko-antropologické odôvodnenie. Pre Fröbela presahuje hra ako „aktivita súčasne orientovaná z vnútra jedinca navonok a prijímajúc vonkajšie podnety smerujúca do vnútra“ jednostrannosť

zamerania učenia a práce a vedie k symbolickému poznávaniu a stvárňovaniu sveta. Schiller vidí v hre formu ľudského života. Podľa jeho názoru človek cez hru naplňa nielen svoje pudy a túžby, ale tiež sa zbavuje moci okolitých podmienok a zväzujúcich povinností a pravidiel, čím dospieva ku krajšiemu životu.

Ako vidno z definície, hra sa prisudzujú funkcie priamo spojené so vzdelávaním: príprava na budúcnosť, spôsob poznávania sveta. J. Piaget a B. Inhelder, ktorí sa podrobne zaoberali funkciou hry v rozvoji psychológie dieťaťa, pripisujú hre biologickú funkciu aktívneho opakovania a experimentovania, ktorými sa mentálne spracúvajú a pripravujú nové situácie a skúsenosti (Piaget a Inhelder, 1997). Hra sa teda podľa jej funkcií javí ako prirodzený nástroj získavania vedomostí a osvojovania nových myšlienkových postupov. Je preto pochopiteľné, že sa po nej siahlo i v rámci vyučovania. Už Platón vo svojom diele *Zákony* odporúča pri učení aritmetiky dať deťom na hranie jablká; vhodné stavebné hračky odporúča pre výchovu budúcich staviteľov. Známa je výzva J. A. Komenského – „Škola hrou“. Niektoré teórie učenia považujú hru za jednu z hlavných vyučovacích metód (napr. Progresivizmus, Walfdorská škola, Francúzska skupina novej výchovy GFEN). (Viac o názoroch na edukačnú úlohu hry pozri v kapitole 2 *Hra v dejinách edukácie*.)

Aby sme upresnili charakteristiky hry ako didaktickej metódy, používa sa štandardne pojem **didaktická hra**.

Pod didaktickou hrou sa rozumie hra s pravidlami, ktorá splňa istý didaktický cieľ (Kárová, 1996; Foltinová a Novotná, 1997). Jej hlavnými odlišnosťami od spontánnej detskej hry sú:

- povinná účasť žiakov,
- využitie na dosiahnutie istých vzdelávacích cieľov,
- vonkajšie riadenie hry (často prostredníctvom pravidiel).

Pedagogický slovník (Průcha, Walterová a Mareš, 1998, s. 48) podáva opisnú charakteristiku didaktickej hry:

Didaktická hra: Analógia spontánnej činnosti detí, ktorá sleduje (pre žiakov nie vždy zjavným spôsobom) didaktické ciele. Môže sa odohrávať v učebni, v telocvični, na ihrisku, v prírode. Má svoje pravidlá, vyžaduje si priebežné riadenie a záverečné vyhodnotenie. Je určená jednotlivcom aj skupinám žiakov, pričom rola pedagogického vedúceho má široké rozpätie od hlavného organizátora až po pozorovateľa. Jej prednosťou je stimulačný náboj, lebo prebúdza záujem, zvyšuje angažovanosť žiakov na vykonávaných činnostiach, podnecuje ich tvorivosť, spontánnosť, spoluprácu aj súťaživosť, núti ich využívať rôzne poznatky a schopnosti, zapájať životné skúsenosti. Niektoré didaktické hry sa približujú modelovým situáciám z reálneho života.

Všimnime si danú definíciu bližšie. Didaktická hra je činnosť žiakov a učiteľa, ktorá vedie k dosiahnutiu istých didaktických cieľov. Porovnajme toto tvrdenie s vymedzením vyučovacej metódy, pod ktorou sa chápe usporiadanie učiva, činností učiteľa a žiakov za účelom dosiahnutia stanovených didaktických cieľov (Stračár, 1979; Pavlík a kol., 1984; Zelina a Nelešovská, 1983). Vidíme, že didaktickú hru možno považovať za vyučovaciu metódu. V svojom prehľade vyučovacích metód uvádza samostatne hru ako vyučovaciu metódu už L. Mojžíšek v roku 1975.

Predošlá definícia tiež vymedzuje istú štandardnú štruktúru didaktickej hry. Jej najdôležitejšími časťami sú:

- prostredie hry,
- ciele hry,
- samotný postup hry, determinovaný pravidlami,
- záverečné vyhodnotenie hry.

Prostredím hry rozumieme jednak materiálne prostredie: potrebné pomôcky a vybavenie. Ďalšou zložkou tohto prostredia je samotná hra, jej pravidlá, zadania úloh, priebeh a forma aktivít žiakov a učiteľa. Najdôležitejšou časťou prostredia hry sú samozrejme zúčastnení žiaci a učiteľia. Žiaci do hry prinášajú svoje očakávania, skúsenosti, postoje

k matematike a tiež svoje vedomosti a zručnosti. Učiteľ má spravidla kontrolnú a organizačnú funkciu. Jeho úlohou je zabezpečiť hladký a úspešný priebeh hry. Usporiadanie prostredia hry má byť faktorom, ktorý motivuje žiakov a vedie ich k aktívnej účasti na hre a k snahe o realizáciu cieľov hry.

Ciele didaktickej hry sú determinované edukačným cieľom, ktorý chceme pomocou hry realizovať. Na základe daného cieľa vyberáme vhodný typ a formu didaktickej hry. Použitie hry ako vyučovacej metódy má význam len ak umožňuje dosiahnutie stanovených edukačných cieľov.

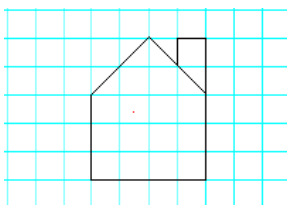
Samotný postup hry je realizáciou didaktickej hry v rámci činností žiakov a učiteľa. Je nevyhnutné, aby táto činnosť bola pre žiakov zaujímavá a motivovala ich k aktivite. Musí byť primeraná veku a schopnostiam žiakov a musí rešpektovať ich potreby. Zároveň však musí viesť k dosiahnutiu vzdelávacieho cieľa. Práca smerujúca k realizácii zámeru hry je zaistená pravidlami. **Pravidlá hry** určujú charakter a spôsob činností žiakov, organizujú ich aktivitu. V pravidlách sú obyčajne skryté hrové prvky ako súťaživosť a snaha dosiahnuť lepší výsledok.

Záverčné vyhodnotenie hry overuje dosiahnutie vzdelávacieho cieľa a má za úlohu odmeniť žiakov a motivovať ich k ďalšej činnosti.

Na ilustráciu si uvedieme konkrétny príklad didaktickej hry:

V rámci učiva *Obsah geometrických útvarov (obdĺžnik, štvorec)* preberáme látku: *Obsah geometrických útvarov v štvorcovej sieti*. Príklady v tomto učive vedú k určovaniu obsahu jednoduchých útvarov v štvorcovej sieti (*obrázok 1.1*). Rozhodneme sa, že v rámci automatizácie daného učiva použijeme didaktickú hru. Cieľom hry bude precvičenie daného učiva riešením úloh a spätná väzba o kvalite poznatkov pre žiakov aj pre učiteľa. Na základe stanovenia daného cieľa, úrovne žiakov a charakteru učiva vyberieme vhodnú didaktickú hru.

1 DIDAKTICKÁ HRA



Obr. 1.1 Úlohou je nájsť obsah geometrických útvarov (jeden štvorec siete má 1 cm²)

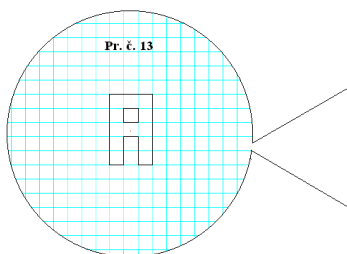
Názov hry: Matematický rybolov (Foltinová a Novotná, 1997)

Prostredie hry:

Žiaci a učiteľ: Celá trieda je rozdelená na družstvá po 5 žiakov. Učiteľ plní organizačnú a kontrolnú úlohu.

Materiálne prostredie: Karty úloh s príslušným bodovým hodnotením (10 b., 5 b., môžu byť v tvare ryby – pozri obrázok 1.2) pre každé družstvo.

Čas trvania hry: 10–15 min.



Obr. 1.2 Hracia karta k hre *Matematický rybolov*

Postup hry:

Učiteľ karty rozdelí podľa obtiažnosti do dvoch skupín (karty rôznej obtiažnosti sa líšia farebne). Žiaci určujú obsah obrazcov na kartách. Žiak si volí obtiažnosť sám tým, z ktorej skupiny si vyberie úlohu. Za správne vyriešenú úlohu získava na konto svojho družstva príslušný počet bodov. Správnosť riešenia úloh posudzuje a bodové skóre družstiev zaznamenáva vyučujúci. Kvôli rýchlejšej kontrole sú úlohy očíslované, k číslu má učiteľ priradený výsledok. Žiaci zaznamenávajú

riešenia na osobitný papier, po istom čase (10–15 min.) sa robí kontrola. Úlohou družstiev je získať čo najvyšší počet bodov.

Záverčné vyhodnotenie:

Po ukončení hry sa zistí skóre jednotlivých družstiev, určí sa poradie na základe dosiahnutého počtu bodov. Žiaci sú odmenení bodmi za aktivitu – najviac bodov získajú žiaci z víťazného družstva, najmenší, ale nie nulový počet bodov dostanú žiaci z družstva na poslednom mieste.

Prednosti danej hry:

Diferencovaná obtiažnosť úloh, vnútorná motivácia žiakov prostredníctvom súťaživosti medzi skupinami, možnosť aj pre slabších žiakov prispieť k úspechu skupiny, aktívna práca celej triedy, práca žiakov v pre nich priťažlivom kontexte, spätná väzba o úrovni vedomostí žiakov v jednotlivých skupinách, interakciou v skupine sa rozvíjajú ich sociálne zručnosti.

Na základe predtým uvedených ponímaní didaktickej hry sme sformulovali našu pracovnú definíciu tohto pojmu:

Pod didaktickou hrou rozumieme činnosť žiakov a učiteľa, ktorá sleduje isté didaktické ciele. Žiaci si spravidla tieto ciele neuvedomujú. Motiváciou ich činnosti je radosť z jej vykonávania, súťaživosť, možnosť práce pre prospech tímu, seberealizácia... Didaktická hra má pravidlá, ktoré organizujú činnosť žiakov. Táto činnosť, jej obsah a pravidlá didaktickej hry vedú k realizácii edukačných cieľov hry. Charakteristické pre didaktickú hru sú vysoká angažovanosť a motivácia žiakov a potešenie z priebehu hrovej aktivity.

LITERATÚRA POUŽITÁ V KAPITOLE:

- Böhm, W (1988): Wörterbuch der Pädagogik. Stuttgart, Verlag Alfred Kröner.
- Elkonin, D. B. (1983): Psychológia hry. Bratislava, SPN.
- Foltinová, K., Novotná, J. (1997): Matematické hry a soutěže na druhém stupni základní školy. Praha, Pedagogické centrum.
- Fröbel, F. W. A. (1826): Die Menschenerziehung. Keilhau/Leipzig, Wienbrach.
- Kárová, V. (1996): Didaktické hry ve vyučování matematice v 1.–4. ročníku základní a obecné školy. Část aritmetická. Plzeň, Pedagogická fakulta.
- Komenský, J. A. (1957): Vybrané spisy II. Bratislava, SPN.
- Mojžíšek L. (1975): Vyučovací metody. Praha, SPN.
- Pavlik, O. a kol. (1984): Pedagogická encyklopédia Slovenska. I. zväzok. Bratislava, Univerzita Komenského, Encyklopedický ústav SAV a Veda, vydavateľstvo SAV.
- Piaget, J., Inhelder, B. (1997): Psychológia dieťaťa. Bratislava, SOFA.
- Platón (1997): Zákony. Praha, Oikoymenh.
- Průcha, J., Walterová, E., Mareš, J. (1998): Pedagogický slovník. Praha, Portál.
- Stračár, E. (1979): Systém kontroly a hodnotenia učebných výsledkov v ZŠ a SŠ. Bratislava, SPN.
- Zelina, L., Nelešovská A. (1983): K soustavě didaktických zásad a vyučovacích metod. Olomouc, Pedagogická fakulta Univerzity Palackého.

2 HRA V DEJINÁCH EDUKÁCIE

História hry a jej používania vo výchove a vzdelávaní siaha do ďalekej minulosti. V tejto kapitole si priblížime názory významných osobností na úlohu hry v edukácii. Kapitola je spracovaná podľa článku *History and present of didactical games as a method of mathematics' teaching* (Vankúš, 2005).

Hru ako vzdelávací prostriedok odporúčali už starogrécki filozofi. Platón (427 p. n. l.–347 p. n. l.) v dielach *Zákony* a *Ústava* odôvodňoval používanie hier vo vzdelávaní. Hlavnou výchovnou metódou pre deti staré 3 až 7 rokov je podľa Platóna hra. Učebné hry mali pripravovať k budúcej pracovnej činnosti. Napríklad narábanie so skladačkami je podľa Platóna vhodnou súčasťou výchovy budúcich staviteľov. V takýchto hravých aktivitách sa prejavia prirodzené vlohy detí (Platón, 1980, s. 310):

...nie násilím, ale hravo zasväcuj chlapcov do týchto náuk, aby si mohol zároveň aj lepšie poznať, k čomu má každý prirodzené sklony.

Dôležitosť úlohy hry pre vzdelávanie si uvedomoval aj Platónov žiak Aristoteles (384 p. n. l.–322 p. n. l.). V dielach *Politika* a *Etika Nikomachova* obhajoval potrebu hier v detskom veku. Vhodná hra je podľa neho pre deti najprimeranejšou činnosťou.

Na grécku tradíciu vo vzdelávaní nadviazalo školstvo v starom Ríme. Prvé školy sa tu objavili na začiatku republikánskeho zriadenia a nazývali sa „ludi“, t. j. hry. Väčšina hier, ktoré sa v týchto školách používali, súvisela s telesným rozvojom žiakov.

Po zániku Západorímskej ríše sa vytvorilo v 5.–10. storočí v európskych krajinách feudálne spoločenské zriadenie. Jeho rozkvet spadá do obdobia 11.–15. storočia. V tomto období mali na vzdelávanie veľký vplyv stredoveké kresťanské náboženstvo a cirkev. Celá edukácia smerovala k rozvoju pokory a poslušnosti žiakov. Preto sa v školách udržiavala tvrdá disciplína, používali sa telesné tresty. Hlavnou metódou výučby bolo učenie sa naspamäť. Pri tomto spôsobe vyučovania nebolo veľa miesta na využívanie didaktických hier.

To neznamená, že hra nemala aj v stredoveku dôležité miesto v živote detí. V archeologických zbierkach z obdobia 14.–15. storočia nájdeme bábiky, figúrky psov, postavičky rytierov na koňoch, rôzne keramické hračky... Podľa nálezov najobľúbenejšou hračkou na území Slovenska bol až do 16. storočia turnajový hojdací koník. Hra teda aj v týchto časoch bola prípravou na aktivity budúceho života: turnajový hojdací koník bol prípravou na „rytiersky“ život, bábiky boli prípravou na materskú rolu dievčat, rôzne nástroje z dreva a hliny pomáhali tvoriť pracovné zručnosti a návyky. Systematické využitie hry v rámci školskej edukácie bolo ale v období feudalizmu tabuizované.

Lepšie časy pre používanie hier v edukácii nastali v období renesancie. Namiesto pokory a poslušnosti sa do centra záujmu edukácie opäť dostala výchova telesne vyspelého a rozumovo vzdelaného človeka. Pre orientáciu na človeka sa toto hnutie nazýva humanizmus. Humanisti ostro kritizovali stredoveké školstvo. Odmietali ubíjajúci verbalizmus a formalizmus vo vyučovaní, zavrhovali krutú disciplínu stredovekých škôl. Žiadali, aby sa v školách študovali starí grécki a rímski autori. Požadovali výučbu prírodovedných predmetov: prírodopisu, zemepisu, fyziky, ale aj výučbu dejepisu. S týmito požiadavkami a postojmi humanistov súvisela potreba zmien metód edukácie. Vyučovanie malo byť názorné, malo prebúdzáť aktivitu žiakov. Ohľad sa mal brať aj na životné potreby a záujmy žiakov. Ako metóda spĺňajúca tieto kritériá sa využívala aj hra.

O antické názory na hru sa opreli niektorí učitelia v 15. až 18. storočí. Záujem o používanie hier ako významného prostriedku výchovy podnietila aj rozsiahla výroba hračiek, v Európe koncentrovaná najmä v Nemecku. Práve v tejto krajine študoval J. A. Komenský (1592–1670), veľký európsky didaktik. Podľa jeho názorov je hra veľmi dôležitým prvkom výchovy, samotné vzdelávanie by malo byť hravé a radostné. Preto treba neustále prebúdzat záujem žiakov o učenie a učebnú látku vysvetľovať tak, aby táto činnosť mala charakter hry.

Komenský položil základy pre „školu hrou“ vo svojich dielach *Informatórium školy materskej, Škola hrou aneb živá encyklopedie a Vše výchova* (Komenský, 1957, 1959). Hru chápal ako prirodzený prostriedok na výchovu detskej vôle a charakterových rysov, ako spontánny prejav detskej činnosti, ktorý prináša potešenie. Vo výchove najmladších detí zdôrazňuje (Komenský, 1957, s. 137–138):

Rodičia sa majú usilovať o to, aby neprípustili, žeby ich deťom chýbala radosť. Aby som to zhrnul, nuž čokoľvek vidíš, že je dieťaťu milé a vítané, to mu neslobodno nijako odoprieť; naopak, ak sa uvidí, že nejaká hračka lahodí jeho zraku, sluchu a iným zmyslom, bude v tom pre dieťa osvieženie tela i ducha.

Komenský zdôrazňoval tiež potrebu kolektívnych hier pre rozvoj sociálnych spôsobilostí detí. Hra, podľa jeho názoru, blahodarne pôsobí na zdravie detí a rozvíja ich zmysly, pamäť, súdnosť, pracovnú horlivosť a výrečnosť. Pre telesný rozvoj žiakov vyzdvihuje používanie telesných hier. Tiež uznával funkciu hry ako prípravy na budúcu prácu. Zdôrazňoval potrebu viesť dieťa od spontánnej hrovej činnosti k zámernej práci – v tomto smere vyzdvihoval usmerňovanie detí pri hre a používanie hier s pravidlami.

Humanistické názory na vzdelávanie sa objavujú v pedagogickom diele anglického filozofa, učenca a pedagóga J. Locka (1632–1704). Lock sa zaoberal otázkami výchovy a vzdelávania z teoretického aj praktického hľadiska. Kritizuje stredoveké školstvo a jeho metódy.

Vyučovanie sa má podľa neho diať prirodzene a bez nútenia. Pre učenie čítania a písania odporúča Lock používať hry s písmenkami a obrázkové knižky. (Lock, 1959)

Z obdobia renesancie pochádza aj dielo francúzskeho osvietenca J. J. Rousseaua (1712–1778) *Emil alebo o výchove*. Autor tu obhajuje humanistické názory na obdobie detstva. Až do renesancie sa za hranicu detstva považoval vek 6 až 7 rokov. Po prekročení tohto veku sa dieťa plne začleňovalo do pracovného procesu. Počas renesancie sa začalo viac akceptovať právo detí na dlhšie „hravé“ detstvo.

Rousseau vo svojom diele požaduje, aby edukácia bola realizovaná prirodzenými spôsobmi s ohľadom na vekové osobitosti; odmietal potlačovanie osobnosti žiaka, bezduché biffovanie učiva, či prehnajú kázeň. Základom výchovy a vzdelávania žiakov majú byť podľa Rousseau ich vlastné pozorovania, uvažovanie a osobné skúsenosti. Prirodzene sa tu núkalo použitie hier, ako pre deti primeranej a slobodnej aktivity. Sám Rousseau konštatuje (Rousseau, 1910, s. 81):

Milujte deti, prajte im ich hry, zábavu a ich roztomilý inštinkt.

Konkrétne Rousseau venoval pozornosť pohybovým hrám, hrám na rozvoj písania, počtov a hudobného nadania. Formuloval pravidlá, ktoré je potrebné pri hre dodržiavať: primeranosť hry pre deti, jej radostný a nenásilný priebeh. Podľa Rousseaua je hra prirodzená činnosť dieťaťa, ktorá najlepšie uspokojuje detskú potrebu aktivity.

Na myšlienky Rousseaua nadviazal nemecký didaktik J. H. Pestalozzi (1746–1827). Dôraz kládol na učenie aktívnou činnosťou žiakov. V tejto činnosti sa majú prejavovať spontánne a vnútorné motivované záujmy žiakov. Za jednu z takýchto činností považoval aj hru. Poukazoval pritom na potrebu systematického využitia hier na realizáciu edukačných cieľov. (Biber, 1831)

Už z 18. storočia sa zachovali prvé výskumy z oblasti hry a jej výchovnej funkcie. Známý je pedagogický systém hier od nemeckého kňaza a pedagóga F. W. A. Fröbela (1782–1852). Fröbel bol žiakom

a nasledovníkom Pestalozziho. Aj on veril vo veľký výchovný a vzdelávací význam hry a odporúčal jej používanie v edukácii detí. Hra je podľa neho prostriedkom zdravého vývoja mladého človeka. To hovorí aj jeho nasledovný výrok (podľa Lange, 1863, s. 33):

Hranie a hra sú najvyšším stupňom detského rozvoja, rozvoja človeka tohto veku, pretože sú slobodným prejavom detského vnútra, prejavom, ktorý vzniká z vnútornej potreby dieťaťa samotného.

Vývin detí delí Fröbel na tri obdobia: dojčenské, detské a dorastenecké. V dojčenskom období sa vyvíjajú zmysly, detstvo je obdobím hier a vývinu reči a dorastenectvo je obdobím školského vyučovania, v ktorom už možno vedome realizovať edukačné ciele. Význam, ktorý Fröbel prikladal hre v predškolskej edukácii vidíme v nasledovnom citáte (podľa Lange, 1862, s. 469):

V hre sa majú deti radostne a všestranne cvičiť, všetky ich sily a schopnosti sa majú vzdelávať v jasnej veselosti; v svornosti a zbožnej detskosti majú deti nažívať a pripravovať sa na školu a na ďalšiu životnú cestu.

Fröbel podrobne prepracoval a odskúšal metodiku výchovy v predškolskom zariadení („Kindergarten“) a sústavu hračiek vhodnú na edukáciu detí tohto veku. Spomenutá sústava detských hračiek je známa pod názvom „Fröbelove darčeky“.

Fröbelove darčeky tvoria kolekciu šiestich súborov jednoduchých hračiek. Prvým darčekom je súbor siedmich bavlnených lópt rozličných farieb, upevnených na niti. Dieťa má na nich poznávať farby a osvojovať si priestorové predstavy (napríklad pojmy „dopredu“ a „dozadu“ súvisiace s pohybom lópt). Druhým darčekom sú drevená guľa, kocka a valec. Účelom druhého darčeka je oboznámiť deti so základnými geometrickými telesami. Tretím darčekom je kocka rozdelená na osem kociek, štvrtým darčekom je kocka rozdelená na osem doštičiek. Piaty a šiesty darček sú kocky rozdelené na 27 malých kociek, z ktorých

niektoré sú ešte ďalej rozdelené. Všetky tieto rozdelené kocky majú za úlohu naučiť deti zostrojovať telesá a tým rozvíjať ich predstavivosť a kombinačné schopnosti. Fröbel vypracoval presnú metodiku použitia svojich darčiekov, zostavil súbor sprievodných slov, piesní a pohybov. Jeho darčekom sa veľmi rozšírili. (Váňa a kol., 1958, s. 112)

Fröbelov pohľad na edukačné využitie hry dokumentuje jeho názor, ktorý vyjadruje nasledovný citát (Fröbel, 1826):

Hry detstva sú zárodkami celého ďalšieho života detí; v nich sa prejavuje a rozvíja celý človek, jeho dispozície a najvnútornejšie tendencie. Celý neskorší život človeka má svoj zdroj v období detstva.

Takéto názory na úlohu hry v detstve postupne prenikali do všetkých európskych krajín a našli odozvu aj v bežnom vyučovaní na slovenských školách (spracované podľa Žbirková, 1994):

Ešte v dobách Komenského hru v edukácii používal banskobystriický učiteľ J. Duchoň (1596–1637). Popradský učiteľ J. Bayer (1639–1674) venoval hre pozornosť z hľadiska jej využitia vo voľnom čase žiakov. Hry vo vyučovaní používal aj prešovský a bardejovský učiteľ E. Ladiver (1633–1686), ktorý kládol dôraz na aktivitu a tvorivosť žiakov. Išlo najmä o žiacke divadelné hry.

Zo slovenských pedagógov sa k problematike hier vyjadrili koncom 18. a začiatkom 19. storočia S. Tešedík, D. Lehocký a S. Ormis.

S. Tešedík (1742–1820), v Rakúsko-Uhorsku vysoko uznávaný pedagóg, vo svojej „vzornej škole“ odporúča použitie hier, hlavne za účelom telesného rozvoja žiakov.

D. Lehocký (1759–1840), kňaz a pedagóg, zastával názor, že deťom je potrebné dať dostatočný priestor na hru. Z funkcií hry považoval za významný jej vplyv na pohybové zručnosti ako aj na sociálne schopnosti a citovú zrelosť.

S. Ormis (1824–1875), slovenský pedagóg, ktorý pôsobil na gymnáziu v Revúcej, mal na hru veľmi podobné názory ako Lehocký. Vyzdvihoval

najmä poznávaciu funkciu hry ako prostriedku na získavanie nových skúseností, vedomostí a schopností.

Dôkladné analýzy problematiky hry a jej významu v živote človeka vykonali v 19. storočí významní psychológovia, filozofi a pedagógovia. Z mnohých spomeňme J. W. Goetheho, F. Schillera, H. Spencera a K. Groosa.

J. W. Goethe (1749–1832), významný nemecký dramatik, vyzdvihol význam hry pre edukáciu. Obzvlášť ho zaujímali imaginačné a dramatické prvky hry. Podľa jeho názoru hra rozvíja schopnosť predstavivosti, pamäť a emocionalitu. Goethe hru ponímal ako prostriedok všestranného rozvoja človeka. (Cheyne, 1989, s. 25)

F. Schiller (1759–1805), nemecký básnik a filozof, svoje ideály slobody a rozumu premietol aj do hry. Považuje ju za formu aktivity, umožňujúcu jedincovi slobodne sa prejavíť a tak dosiahnuť krajší život. Schiller uvažoval o príčinách hravého správania. Podľa jeho predstáv je hra zvierat a ľudí prejavom nadbytočnej životnej energie, ktorú im príroda štedro poskytla a nebola minutá v boji o prežitie. (Schiller, 2004)

H. Spencer (1820–1903), anglický filozof, sociológ a pedagóg, presadzoval výchovu a vzdelávanie, ktorých cieľom je príprava na život. Vo svojom diele (Spencer, 1911) stanovil didaktické princípy, ktoré sa stali charakteristické pre anglosaské pedagogické myslenie. V jeho zásadách je obsiahnutá požiadavka aktívneho a radostného učenia, založeného na skúsenostiach žiakov. Spencer zdôrazňoval potrebu dostatku hier žiakov.

Aj Spencer uvažoval o dôvodoch hrania sa zvierat a ľudí. Hra, podľa jeho názoru, je prejavom potreby uvoľniť nadbytočnú energiu (Spencer, 1911):

Hra je náhradné uplatňovanie energie, ktorá sa jej nevyužívaním na jej prirodzené určenie nahromadila do tej miery, že sa musí vybiť a prejavíť hravou aktivitou.

K. Groos (1861–1946), nemecký psychológ a pedagóg, vypracoval prvú dôkladnú koncepciu príčin a významov hrového správania. Vo svojich dielach (Gross, 1896, 1899) zdôrazňuje funkciu hry ako prípravy na úlohy a správanie v dospelosti. V prvom zo spomenutých diel Groos napísal:

Nesmieme si myslieť, že zvieracia hra je luxus mladosti, ale skôr, že obdobie mladosti majú zvieratá kvôli tomu, aby sa hrali.

Groos veril, že správanie cicavcov a špeciálne človeka je natoľko zložitá, že potrebujú obdobie mladosti, v ktorom sa prostredníctvom hry ich príprava na dospelosť dovŕši. Hru pokladá za istú formu inštinktívneho správania, ktoré buduje základy pre rozvoj inteligencie a podobne, ako imitačný inštinkt nahrádza iné, primitívnejšie inštinkty. Názory Groosa na hru ako prostriedok všestranného rozvoja boli všeobecne akceptované a väčšina z nich sa uznáva ako pravdivá aj v súčasnosti.

M. Montessori (1870–1952), významná talianska pedagogička, vychádzala pri budovaní svojej teórie edukácie aj z prác F. W. A. Fröbela, J. H. Pestalozziho a J. J. Rousseaua. Vypracovala podporný program na pomoc žiakom s poruchami čítania a písania, navrhla systém výchovy a vzdelávania detí vo veku 3–6 rokov. Dôraz kladla na vybudovanie pre deti podnetného prostredia, ktoré poskytuje motiváciu k rozvoju žiakov. Jednou z hlavných úloh učiteľa je podľa nej takéto podnetné prostredie vytvoriť a udržiavať. V rámci svojho edukačného systému sa Montessori zamerala na celkový rozvoj detí: rozvoj ich senzomotorických schopností, slovné zásoby, prípravu na písanie, čítanie a jednoduché početné úkony, ale aj na celistvý rozvoj osobnosti žiakov predškolského veku. Na ich rozvoj používala Montessori vo veľkej miere hry ako pre deti prirodzenú formu činnosti. Zastávala pritom názory K. Groosa o významnej úlohe hier pre rozvoj mladého jedinca. (Britton, 1992; Röhrs, 1994)

J. Piaget (1896–1980) a B. Inhelder (1913–1997), významní francúzski psychológovia, podrobne študovali funkcie hry v živote dieťaťa. Podľa ich výskumov existujú štyri základné kategórie hry. Pôvodná a najjednoduchšia forma hry je *hra cvičenia*. V tejto forme hry jedinec uplatňuje určité schopnosti len z „funkčnej radosti“ alebo z radosti spôsobíť niečo a uplatniť novonadobudnuté vedomosti. (Takéto správanie môžeme pozorovať aj u dospelých jedincov, napríklad pri skúšaní nového auta, počítača...) Po tejto etape hry prichádza *symbolická hra*, ktorá vrcholí medzi 2.–3. a 5.–6. rokom života. Jej podstatou je hravé premieňanie skutočnosti, tým, že ju dieťa asimiluje na svoje potreby. Uvedená asimilácia je založená na symbolickej reči, ktorú si dieťa konštruuje a môže ju podľa potreby kreatívne meniť. Pomocou symbolickej hry dieťa získava možnosť konať bez nátlaku a sankcií v rámci podmienok, ktoré si samo prispôbi, na rozdiel od reality, v ktorej sa ono musí prispôbiť daným podmienkam. Symbolická hra má preto veľký význam pre citovú a intelektuálnu rovnováhu dieťaťa a jeho rozvoj v týchto dvoch oblastiach. Príkladom symbolickej hry je hra na indiánov, hra na školu... Tretie v poradí sa vo vývoji mladého jedinca objavujú *hry s pravidlami* (guľky, človeče nehnevaj sa...). Tieto hry sa učia jedny deti od druhých (respektíve za účasti dospelého). Ich význam je najmä v socializácii dieťaťa, vývine jeho spoločenského života a rozvoji schopnosti spolupracovať a jednať na základe istých pravidiel. Štvrtým typom hry sú *konštruktívne hry*, ktoré sú prechodom medzi symbolickou hrou a činnosťami, ktoré majú už charakter „vážnej“ práce. Pri týchto hrách postupne dochádza k objektivizácii symbolu a skutočnej adaptácii reality (mechanické konštrukcie, riešenie rôznych problémov a rébusov, inteligentná tvorivá činnosť). (Piaget a Inhelder, 1997)

Z uvedeného vidíme, že Piaget a Inhelder uznávali všestrannú funkciu hry pre rozvoj dieťaťa. Hra, podľa ich výskumov, rozvíja senzomotorické schopnosti, citovú a intelektuálnu oblasť, schopnosť predstavivosti. Význam hry sa potvrdil aj v oblasti socializácie dieťaťa,

rozvoji jeho schopnosti spolupracovať, ako aj v príprave na konštruktívnu tvorivú činnosť a schopnosť riešiť problémy, ktorá je nevyhnutná v dospelom živote. Na základe výsledkov ich práce je hra preto nevyhnutnou a dôležitou súčasťou výchovy a vzdelávania.

L. S. Vygotsky (1896–1934) ruský psychológ, sa podrobne zaoberal kognitívnym rozvojom dieťaťa. Skúmal najmä vzťah medzi jazykom a myslením. Podľa jeho názoru kognitívne schopnosti a vzory myslenia nie sú primárne determinované vrozenými faktormi, ale sú produktom aktivít, realizovaných v rámci sociálnych inštitúcií kultúry, v ktorej jedinec vyrastá. Jednou z takýchto aktivít vytvárajúcich vhodné podmienky na rozvoj kognitívnych schopností a myslenia, je aj hra. Vygotsky vo svojej teórii zdôrazňuje socializačnú úlohu hry. (Rozycki a Goldfarb, 2000)

J. S. Bruner (1915), americký psychológ, významne prispel k rozvoju kognitívnej psychológie. Zaoberal sa efektívnym spôsobom edukácie a vhodným usporiadaním kurikula na základe teórie konštruktivismu. Základnou myšlienkou Brunerovej teórie je názor, že učenie je aktívny proces, v rámci ktorého žiak sám konštruuje nové pojmy a koncepcie na základe svojich dovtedy známych vedomostí a skúseností. Úlohou učiteľa je motivovať žiakov k takejto konštrukcii nových poznatkov. Pritom učiteľ musí transformovať poznatky, ktoré majú byť naučené, tak, aby boli primerané pre schopnosť chápania žiakov. V tomto smere Brunera zaujala úloha hry v edukácii, ktorú pokladal za rovnako významnú ako J. Piaget a B. Inhelder. Vo svojich výskumoch napríklad vyzdvihoval schopnosť detí počas hry koncentrovať sa na činnosť, na prostriedky hrového správania a na získavanie informácií. V tomto smere „vážna“ činnosť býva skôr koncentrovaná na svoje výsledky. Hra je preto podľa Brunera vhodná metóda edukácie. Napríklad pre prvé roky školskej dochádzky navrhoval prostredníctvom konštruktívnej hry rozvoj logického myslenia žiakov (Bruner, 1960, s. 46).

Pre používanie hier vo vyučovaní bol významný rozvoj reformnej pedagogiky na konci devätnásteho storočia a v dvadsiatom storočí. Do

popredia sa dostávala aktívna, tvorivá a motivujúca forma edukácie. Niektoré nové teórie učenia začali považovať hru za jednu z hlavných vyučovacích metód.

J. Dewey (1859–1952), zakladateľ pragmatizmu, zdôrazňoval prirodzenú poznávaciu a výchovnú funkciu hry. Preto hru pokladal za veľmi významnú metódu edukácie. Hra a jej prirodzenosť spĺňajú Deweyovu požiadavku: „*Spojiť školu so životom, urobiť z nej pre deti miesto pobytu, kde sa učia priamo životom, miesto toho, aby bola len učebňou, v ktorej sa zadávajú úlohy.*“ (Stojan a Jůva, 1995). Veľký dôraz kladie Dewey na výchovnú úlohu hry. Vo svojom diele (Dewey, 2010, 2011) konštatuje, že všetky národy sa vo všetkých dobách spoliehali pri výchove detí do značnej miery na hry a hrovú činnosť, pretože tieto aktivity poučujú deti o svete, v ktorom žijú; deti v nich objavujú mnoho o činnostiach a procesoch potrebných pre ich život.

R. Steiner (1861–1925), rakúsky vedec a filozof, vypracoval metódu edukácie, používanú v tzv. Waldorských školách. Dôraz kládol na celkový rozvoj žiakov, ich vedomostí, myslenia, sociálnych schopností, ale aj vôle a duchovných hodnôt. Podľa jeho názoru edukácia má zohľadňovať aktuálne potreby dieťaťa, ktoré sa menia s jeho fyzickým, mentálnym a emocionálnym rozvojom. Do 7 roku dieťaťa požaduje, aby hlavnou náplňou detskej činnosti boli hry, kreslenie, spoznávanie prírody a predmetov bežného života. Hra je v jeho teórii považovaná za nevyhnutnú podmienku komplexného rozvoja ľudskej osobnosti. Aj súčasný nasledovníci Steinera zvyrazňujú úlohu hry v edukácii. (Jenkinson, 2001)

Významnú edukačnú rolu pripisuje hre Francúzska skupina novej výchovy GFEN (*Groupe Français d'éducation nouvelle*). Táto skupina francúzskych pedagógov a didaktikov sa venuje teoreticky aj prakticky zlepšeniu výchovy a vzdelávania na školách. Dôraz kladie na vyučovacie postupy motivujúce žiakov k aktívnej činnosti. Ako konštatuje jeden z významných členov tejto skupiny, H. Bassis, významné miesto v ich koncepcii edukácie majú didaktické hry (Štech a Bassis, 1991, s. 25):

Pedagogicky sa náš didaktický postup opiera o význam hry, t. j. o naše zistenie, že vo svojej podstate každá hra, okrem toho, že vyvoláva aktivitu a potešenie, má veľa špecifických vlastností. Má socializačný vplyv, neúprosne núti rešpektovať obmedzenia dané pravidlami (sankciu tu predstavuje vylúčenie z hry), vyvoláva neobyčajnú ochotu vydávať veľké úsilie a prekonať seba samého – t. j. má kvality, o ktorých všetky moralizujúce prejavy, ktoré hovoria o práci, snívajú ako o nedosiahnuteľnom celi.

Ako sme mali možnosť vidieť v tejto kapitole, význam hry pre vzdelávania je idea, ktorá sa vyvíjala už od dávnych čias a je podložená názormi mnohých celosvetovo slávnych a uznávaných osobností.

LITERATÚRA POUŽITÁ V KAPITOLE:

- Aristoteles (2009): Politika. Bratislava, Kalligram.
- Aristoteles (2011): Etika Nikomachova. Bratislava, Kalligram.
- Biber, E. (1831): Henry Pestalozzi and his plan for education. Londýn, Souter, online <http://books.google.sk/books?id=an6UC-6Hy3sC>
- Britton, L. (1992): Montessori Play & Learn: A Parents' Guide to Purposeful Play from Two to Six. New York, Crown Publishers.
- Bruner, J. S. (1960): The Process of Education. Cambridge, Harvard University Press.
- Cicero, M. T. (2001): Cicero on the Ideal Orator (De Oratore). (May, J.M. – Wisse, J. trans.), Oxford, Oxford University Press.
- Dewey, J. (2010): My Pedagogic Creed. Charleston, Nabu Press.
- Dewey, J. (2011): The Child and the Curriculum. Eastford, Martino Fine Books.
- Fröbel, F. W. A. (1826): Die Menschenerziehung. Keilhau/Leipzig, Wienbrach.
- Groos, K. (1896): Die Spiele der Tiere, Jena.
- Groos, K. (1899): Die Spiele der Menschen, Jena.

- Cheyne, J. A. (1989): *Serious Play from Peregrination to Cultural Change: A Bateson–Gadamer–Harris Hypothesis*. Waterloo, University of Waterloo.
- Jenkinson, S. (2001): *The Genius of Play*. Stroud, Hawthorn Press.
- Komenský, J. A. (1957): *Vybrané spisy II*. Bratislava, SPN.
- Komenský, J. A. (1959): *Vybrané spisy IV*. Bratislava, SPN.
- Lange, W. (1862): *Friedrich Fröbels gesammelte pädagogische Schriften. Zweite Abteilung: Friedrich Fröbel als Begründer der Kindergärten. Die Pädagogik des Kindergartens. Gedanken Friedrich Fröbels über das Spiel und die Spielgegenstände des Kindes*. Berlin.
- Lange, W. (1863): *Friedrich Fröbels gesammelte pädagogische Schriften. Erste Abteilung: Friedrich Fröbel in seiner Erziehung als Mensch und Pädagoge. Bd. 2: Ideen Friedrich Fröbels über die Menschenerziehung und Aufsätze verschiedenen Inhalts*. Berlin.
- Lock, J. (1959): *An Essay Concerning Human Understanding*. New York, Dover.
- Mojžíšek, L. (1985): *Vyučovací metody*. Praha, SPN.
- Piaget, J. – Inhelder, B. (1997): *Psychológia dieťaťa*. Bratislava, SOFA.
- Platón (1980): *Ústava*. Bratislava, Pravda.
- Röhrs, H. (1994): *Maria Montessori*. In: *Prospects*. Paris, UNESCO: International Bureau of Education, XXIV, 1/2, 169–183.
- Rousseau, J. J. (1910): *Emil čili o vychování. I. díl, 1.–3. kniha*. Nákladem Dědictví Komenského, Praha.
- Rozycki, E. – Goldfarb, M. (2000): *The educational theory of Lev Semenovich Vygotsky (1896-1934)*, online <http://www.newfoundations.com/GALLERY/Vygotsky.html>
- Schiller, F. (2004): *On the Aesthetic Education of Man*. New York, Dover Publications.
- Spencer, H. (1911): *Essays on Education and Kindred Subjects, Introduction by Charles W. Eliot*. London, Dent, online <http://oll.libertyfund.org/title/2249>
- Stojan, M. – Jůva, V. (1995): *Obecná pedagogika a dějiny pedagogiky pro DPS*. Brno, Masarykova univerzita v Brně.

2 HRA V DEJINÁCH EDUKÁCIE

Štech, S. – Bassis, H. (1991): Všichni na jedničku! Alternativní didaktické postupy.

Praha, Vydavatelství Karolinum.

Váňa, J. a kol. (1958): Dejiny pedagogiky. Bratislava.

Vankúš, P. (2005): History and present of didactical games as a method of mathematics' teaching. In: Acta Didactica Universitatis Comenianae - Mathematics, Issue 5, Bratislava, Comenius University Press, 53-68.

Žbirková, V. (1994): Hra a hračka – kultúrne dedičstvo národa. In: Quo vadis výchova...? Zborník z vedeckého seminára, organizovaného IUVENTOU dňa 19. 1. 1994 na tému „Hra a hračka“, Bratislava, IUVENTA, 35–45.

3 POUŽÍVANIE DIDAKTICKÝCH HIER V SÚČASNOM VYUČOVANÍ MATEMATIKY

Úloha hry vo výchove a vzdelávaní je aj v súčasnosti aktuálna a populárna téma. Spracovanie tejto témy v 20. a 21. storočí nájdeme v množstve odbornej literatúry z oblastí psychológie, sociológie, pedagogiky a didaktík jednotlivých vyučovacích predmetov. Hra ako metóda vyučovania je námetom stoviek článkov, monografií a kvalifikačných prác. Vzhľadom na obmedzený rozsah našej knihy sa preto v analýze moderných prístupov k úlohe hry vo vyučovaní v tejto kapitole obmedzíme na oblasť používanie didaktických hier vo vyučovaní matematiky a to na Slovensku a v Česku.

Potenciál didaktických hier pre vyučovanie matematiky je známy našim pedagógom a didaktikom už dlhšiu dobu. Priekopníckymi v tomto smere u nás boli najmä 80-te a 90-te roky dvadsiateho storočia. D. Jedinák vo svojom diele *K otázke motivácie a popularizácie pri vyučovaní matematiky* (1979) zdôrazňuje schopnosť hry vnútorne motivovať žiakov k aktívnej práci na hodinách matematiky. Autor tu odporúča používanie hry v rámci vyučovania matematiky v predškolskom období, ale aj na základnej a strednej škole. Ako vhodné formy hry

3 POUŽÍVÁNIE DIDAKTICKÝCH HIER V SÚČASNOM VYUČOVANÍ matematiky

vymenúva autor súťaže, hlavolamy a hádanky, strategické hry s pravidlami a konštruktívne hry. Pritom je vždy dôležité cielené zameranie hry.

V. Hejný, M. Hejný, T. Hecht, J. Gatial tiež postrehli možnosti, ktoré hry pre matematickú edukáciu poskytujú (Hejný, 1979; Gatial, Hecht, Hejný, 1982). Konkrétne návrhy dvoch didaktických hier určených na aplikáciu počas hodín matematiky obsahuje expertíza *K problematike zvyšovania efektívnosti vyučovania na základnej škole* (1985) E. Hrdinu a kol. Veľmi dôležitá bola aj snaha o propagáciu hier ako nástrojov vyučovania matematiky v mnohých príspevkoch pre odborné časopisy (Hejný, Hrdina, Vantúch, 1982; Burjan, 1984, 1987, 1988).

Prácu s hrami na matematických krúžkoch i možnosti širšieho využitia opisujú V. Burjan, K. Bachratá a H. Bachratý v diele *Odborný program matematických kroužků na 2. stupni základní školy* (1989). Táto publikácia obsahuje mnohé návrhy metód vhodných na aktívnu prácu žiakov počas vyučovania matematiky. Konkrétne ide o zaujímavé prednášky z matematiky, matematické rozprávky, riešenie netradičných úloh a problémov, besedy a rozprávania, programovanie na počítači a matematické hry. Každá zo spomenutých metód je rozpracovaná z teoretického hľadiska, pridané sú aj konkrétne ukážky, ktoré boli prakticky odskúšané a skúsenosti s ich používaním.

V. Burjan a E. Burjanová zostavili veľmi peknú zbierku hier, ktorých postup hry resp. stratégia obsahujú matematiku, pod názvom *Matematické hry* (1991). Uvedená zbierka čerpá z celosvetovo známych matematických hier a obsahuje aj niektoré pôvodné hry. Približuje tiež stratégie daných hier a skúsenosti z ich používania s deťmi.

Didaktické hry uvádzané vyššie spomenutými autormi boli väčšinou zamerané na rozvoj strategického a kauzálneho myslenia a preto zdanlivo nesúvisiace s konkrétnym učivom. Ich použitie z tohto dôvodu

ostalo väčšinou v rámci matematických krúžkov a dobrovoľných aktivít a menej v bežnom vyučovaní matematiky.

V neskorších dielach zaoberajúcich sa používaním didaktických hier v matematike nájdeme už hry priamo určené na prácu počas bežného vyučovania.

V. Kárová sa zaoberá používaním didaktických hier počas vyučovania v diele: *155 her ve vyučování matematice a ve školní družině na 1. stupni ZŠ 1. a 2. část* (1994). Táto práca obsahuje zbierku didaktických hier použiteľných vo veľkej časti učiva matematiky 1. stupňa ZŠ. Konkrétne ide o hry zamerané na úvod do pojmu číslo, zavedenie prirodzených čísel, základné početové operácie a geometriu. Kárová napísala aj prácu *Didaktické hry ve vyučování matematice v 1.–4. ročníku základní a obecné školy* (1996). Autorka v tejto knihe prezentuje didaktické hry zamerané na aritmetiku v prvom až štvrtom ročníku ZŠ. Venuje sa aj teoretickej problematike spojenej s didaktickými hrami. Uvažuje o didaktickej hre a jej význame v edukácii. Prezentuje podrobný systém rozdelenia didaktických hier podľa ich účelu, počtu zúčastnených žiakov, formy a priebehu hernej činnosti. V rámci práce sa venuje aj metodike výberu vhodnej hry a následne jej organizácii a riadeniu.

D. Môtovská vo svojom diele *Netradičné metody vyučování matematiky na základnej škole a v nižších triedach osemročných gymnázií* (1994) podáva mnohé zaujímavé podnety na zlepšenie vyučovania predmetu matematika. Toto dielo obsahuje nápadité didaktické hry, ktoré autorka odskúšala v praktickom vyučovaní.

E. Krejčová a M. Volfová v rámci monografie *Didaktické hry v matematice* (1994) prezentujú veľmi peknú zbierku didaktických hier. Na úvod sa autorky venujú stručne možnostiam používania didaktických hier v matematike a metodike ich používania. Nasleduje zbierka didaktických hier, rozdelená na dve časti. V prvej časti sa

3 POUŽÍVÁNIE DIDAKTICKÝCH HIER V SÚČASNOM VYUČOVANÍ matematiky

nachádzajú hry vhodné na integráciu do učiva v rámci širokého spektra tematických celkov matematiky. Druhá časť obsahuje hry určené konkrétne na rozvoj istých matematických zručností, schopností a poznatkov. Sú to hry vhodné na precvičovanie početných operácií, hry zamerané na rozvoj priestorovej predstavivosti, hry ukazujúce žiakom užitočnosť algebry, hry prehlbujúce žiacke vedomosti o desiatkovej sústave a hry, ktoré pomáhajú predovšetkým v rozvoji logického a kombinačného myslenia.

Použitím hravých postupov vo vyučovaní geometrie sa zaoberala J. Brincková v diele *Didaktická hra v geometrii* (1994). Autorka tu prezentuje didaktické hry, ktoré využívajú známu skladačku Tangram. Publikované hry sú zamerané na tematické celky týkajúce sa obvodu a obsahu rovinného obrazca, mnohouholníkov, povrchu a objemu telesa ako aj osovej a stredovej súmernosti.

J. Cejpeková podala v monografii *Hra vo vyučovaní na prvom stupni základnej školy* (1996) obsiahlu analýzu hier z psychologického, pedagogického a didaktického hľadiska. Na úvod sa venuje histórii využívania hry v edukácii. V nasledovných kapitolách sa autorka zaoberá hrou ako vyučovacou metódou a jej úlohou vo vyučovaní. Osobitne sa zameriava na motivačnú úlohu hry, podrobne opisuje funkcie hry pre rozvoj žiackych predstáv, systému poznatkov, tvorivej činnosti. Pozornosť venuje aj hre ako nástroju diagnostiky žiackych vedomostí, schopností a osobnostných vlastností. Súčasťou práce je aj zbierka didaktických hier vhodných na používanie v rámci vyučovania matematiky na prvom stupni ZŠ.

Dielo K. Foltínovej a J. Novotnej *Matematické hry a súťaže na druhom stupni základnej školy* (1997) je z veľkej časti tvorené zbierkou hier vhodných na vyučovanie matematiky v rámci druhého stupňa ZŠ.

Jedná sa najmä o hry zamerané na precvičovanie schopnosti žiakov aplikovať nadobudnuté vedomosti a zručnosti.

V. Uherčíková a K. I. Haverlík v diele *Tangram – poutavá hra* (2002) opísali didaktické hry s hlavolamom Tangram. Uvedené hry sú vhodné na rozvoj predstavivosti a kreativity žiakov. Hry sú využiteľné v rámci vyučovania geometrie na základnej škole.

V roku 2003 vyšlo dielo, zaoberajúce sa súťažnou hrou, určenou na hodiny matematiky, *Algopretek* od M. Totkovičovej. Autorka opisuje danú hru a metodiku jej používania. Súčasťou práce je zbierka úloh, určená na realizáciu hry v rámci tematických celkov zaoberajúcich sa aritmetikou čísel a výrazov.

P. Vankúš vydal *Zbierku didaktických hier určených na integráciu do vyučovania matematiky na druhom stupni základnej školy* (2006). Sú v nej uvedené zásady výberu vhodných didaktických hier, metodika ich používania a zbierka 27 hier určených pre rozmanité tematické celky učiva matematiky druhého stupňa ZŠ.

Pod názvom *Didaktické hry v matematike* (Vankúš, 2012) vyšla prepracovaná verzia tejto zbierky hier, obohatená o teoretickú časť, obsahujúcu históriu používania hier vo vyučovaní matematiky a tiež o výsledky experimentov ohľadne takéhoto používania didaktických hier. Táto publikácia obsahuje tiež tri nové hry a členenie zbierky hier je prehľadnejšie a užívateľsky prívetivejšie.

V. Kolbaská v roku 2006 publikovala prácu *Hra ako integračný prostriedok vo vyučovaní matematiky základných škôl*. Sú tu obsiahnuté teória používania didaktických hier, konkrétne didaktické hry a ukázkové hodiny. V roku 2007 vyšla autorkina kniha *Globálne rozvojové vzdelávanie a vyučovanie matematiky na 2. stupni základnej školy*, ktorá obsahuje konkrétne ukážky ďalších didaktických hier vhodných pre vyučovanie matematiky na druhom stupni ZŠ.

3 POUŽÍVANIE DIDAKTICKÝCH HIER V SÚČASNOM VYUČOVANÍ MATEMATIKY

K. Vidermanová a E. Uhrinová v diele *Počítač a didaktické hry* (2011) uvádzajú výhody a nevýhody použitia metódy didaktických hier, požiadavky na hry a ukážky didaktických hier na počítači. Záver publikácie tvoria vybrané didaktické hry.

Konkrétne hry použiteľné vo vyučovaní matematiky na gymnáziách uvádza B. Vavrinčíková vo svojich diela *Matematické hry v nižšom strednom vzdelávaní* (2012) a *Didaktické hry vo vyučovaní matematiky na gymnáziu* (2013).

Sprostredkovanie metodiky používania didaktických hier učiteľom matematiky je cieľom diela *Didaktická hra vo vyučovaní matematiky* (2013) autorky I. Labjakovej.

Pracovné listy s niekoľkými didaktickými hrami určenými pre preberanie celých čísel sú obsahom publikácie autorky Ž. Vargicovej s názvom *Zábavne a zážitkovo v matematike v 8. ročníku*.

J. Brincková, V. Uherčíková a P. Vankúš vytvorili dielo *Netradičné metódy rozvíjania priestorovej predstavivosti v matematike* (2013). Publikácia ponúka hry s hlavolamom Tangram ako aj iné didaktické hry vhodné pre rozvoj predstavivosti žiakov na hodinách matematiky.

Na Slovensku a v Česku majú didaktické hry vo vyučovaní matematiky svoje miesto už dlhú dobu, priekopníkmi v tomto smere u nás boli najmä 80-te a 90-te roky dvadsiateho storočia. Existuje viacero pekných zbierok hier a metodických príručiek pojednávajúcich o ich používaní v matematickej edukácii.

LITERATÚRA POUŽITÁ V KAPITOLE:

- Brincková, J. (1994): Didaktická hra v geometrii. Banská Bystrica, Metodické centrum Banská Bystrica.
- Brincková, J., Uherčíková, V., Vankúš, P. (2013): Netradičné metódy rozvíjania predstavivosti v matematike. Bratislava, KEC FMFI UK Bratislava.
- Burjan, V. (1984): Chvála matematických hier. *Matematické obzory*, 23, 73–83.
- Burjan, V. (1987): Hry na grafoch I. *Matematické obzory*, 28, 19–25.
- Burjan, V. (1988): Hry na grafoch II. *Matematické obzory*, 30, 23–29.
- Burjan, V., Bachratá, K., Bachratý, H. (1989): Odborný program matematických kroužků na 2. stupni základní školy. Praha, Státní pedagogický nakladatelství.
- Burjan, V., Burjanová, L. (1991): *Matematické hry*. Bratislava, Pythagoras.
- Cejpeková, J. (1996): Hra vo vyučovaní na 1. stupni základnej školy. Banská Bystrica, UMB Pedagogická fakulta.
- Foltinová, K., Novotná, J. (1997): *Matematické hry a súťaže na druhom stupni základní školy*. Praha, Pedagogické centrum.
- Gatíal, J., Hecht, T., Hejný, M. (1982): *Hry takmer matematické*. Praha, Mladá fronta.
- Hejný, M. (1979): *Geometria naučila človeka myslieť*. Bratislava, SPN.
- Hejný, M., Hrdina, L., Vantůch, J. (1982): Uplatnenie nových pedagogických prístupov v matematike. *Jednotná škola*, č. 5, XXXIV, 412–425.
- Hrdina, L. a kol. (1985): K problematike zvyšovania efektívnosti vyučovania na základnej škole. Čiastková expertíza. Bratislava, Ústav experimentálnej pedagogiky SAV.
- Jedinák, D. (1979): *K otázke motivácie a popularizácie pri vyučovaní matematiky*. Bratislava, SPN.
- Kárová, V. (1994): 155 her ve vyučování matematice a ve školní družině na 1. stupni základní školy. 1. a 2. část. Praha, Pražské centrum vzdělávání pedagogických pracovníků.
- Kárová, V. (1996): Didaktické hry ve vyučování matematice v 1.–4. ročníku základní a obecné školy. Část aritmetická. Plzeň, Pedagogická fakulta.
- Kolbaská, V. (2006): *Hra ako integračný prostriedok vo vyučovaní matematiky základných škôl*. Bratislava, Metodicko-pedagogické centrum v Bratislave.
- Kolbaská, V. (2007): *Globálne rozvojové vzdelávanie a vyučovanie matematiky na 2. stupni základnej školy. Súbor hier a hrových aktivít*. Bratislava, Metodicko-pedagogické centrum v Bratislave.

3 POUŽÍVÁNÍ DIDAKTICKÝCH HIER V SÚČASNOM VYUČOVANÍ matematiky

- Krejčová, E., Volfová, M. (1994): Didaktické hry v matematice. Hradec Králové, Gaudeamus.
- Labjaková, I. (2013): Didaktické hry vo vyučovaní matematiky v primárnom vzdelávaní. Bratislava, Metodicko-pedagogické centrum, 2013.
- Mófovská, D. (1994): Netradičné metódy vyučovania matematiky na základnej škole a v nižších triedach osemročných gymnázií. Bratislava, Agentúra DONY.
- Totkovičová, M. (2003): Algotreteky. Bratislava, Metodicko-pedagogické centrum mesta Bratislavy.
- Uherčíková, V., Haverlík, K. I. (2002): Tangram – poutavá hra. Praha, RAABE.
- Vankúš, P. (2006): Zbierka didaktických hier určených na integráciu do vyučovania matematiky na druhom stupni základnej školy. Bratislava, online <http://www.dcm.fmph.uniba.sk/files/vankus/zbierka.pdf>
- Vankúš, P. (2012): Didaktické hry v matematike. Bratislava, KEC FMFI UK.
- Vargicová, Ž. (2013): Zábavne a zážitkovo v matematike v 8. ročníku. Bratislava: Metodicko-pedagogické centrum, 2013.
- Vavrinčíková, B. (2012): Matematické v hry v nižšom strednom vzdelávaní. Bratislava, Metodicko-pedagogické centrum, 2012.
- Vavrinčíková, B. (2013): Didaktické hry vo vyučovaní matematiky na gymnáziu. Bratislava, Metodicko-pedagogické centrum, 2013.
- Vidermanová, K., Uhrinová, E. (2011): Počítač a didaktické hry. Nitra, UKF v Nitre.

4 VÝSKUMY VYUČOVANIA MATEMATIKY METÓDOU DIDAKTICKÝCH HIER

Široká učiteľská verejnosť stále viac využíva didaktické hry v každodennej práci. Pedagógovia a didaktici matematiky teoreticky aj prakticky skúmajú didaktické hry ako metódu vyučovania matematiky. Výsledky niektorých výskumov používania didaktických hier vo vyučovaní matematiky približuje táto kapitola.

B. Onslow (1990) skúmal pozitívne vplyvy sociálnej interakcie medzi žiakmi v rámci didaktických hier. Nadviazal pritom na prácu G. Brighta, J. Harveya a M. Wheelera (1985). Zistil, že pre objasnenie konceptuálnych konfliktov a za účelom zavedenia nových pojmov a matematických procesov je v rámci hry nevyhnutná diskusia medzi žiakmi resp. medzi žiakmi a učiteľom. Autor stanovil nasledovné požiadavky, ktoré musia byť splnené, aby používanie didaktických hier viedlo k zefektívneniu matematickej edukácie:

- Didaktické hry musia byť vhodným spôsobom integrované do matematického kurikula, používajúc konzistentný jazyk, materiály a symboly.
- Účasť žiakov musí byť počas celej hry aktívna.
- Dôležité sú vhodné zásahy učiteľa, kvôli cielenému riadeniu hry a za účelom pomoci žiakom prijať nové pojmy, matematické procesy a spôsoby myslenia.

J. Randel, B. Morris, C. Wetzel a B. Whitehill (1992) konštatujú, že používanie didaktických hier vo vyučovaní predmetu matematika môže byť prínosom pre motiváciu žiakov k práci na hodine a pre zlepšenie ich výkonov na hodine. Podmienkou lepšieho pochopenia a zapamätania učiva prostredníctvom hier je podľa daných autorov aktívna účasť žiakov na hrách.

Uskutočnené boli tiež výskumy role didaktických hier vo vyučovaní z mnohých teoretických a praktických aspektov. S. Pulos a C. Sneider (1994) zistili, že vhodne zvolená didaktická hra so správnou štruktúrou a zameraním pomáha žiakom v osvojovaní novým matematických pojmov a zručností. Títo výskumníci odporúčajú zaradenie didaktických hier do matematického kurikula ako alternatívnej činnosti. Zistili, že skúsenosti získané pomocou vhodnej didaktickej hry, zaradenej po prebraní istých matematických pojmov a zručností, vedú k ich lepšiemu pochopeniu a trvalejšiemu zapamätaniu.

L. Steffe a H. Wiegel (1994) sa zamerali na spôsoby, akými môžu didaktické hry pomáhať žiakom v konštruovaní ich matematickej reality a zlepšovať ich motiváciu a zaujatie pre matematiku. Didaktické hry viedli k spontánnej aktivite na hodinách matematiky a k rozvoju matematického myslenia žiakov. Pozitívom bola tiež sociálna interakcia medzi žiakmi.

V. Kárová (1994, 1996) vo svojich dielach formulovala požiadavku využívania didaktických hier ako plnohodnotnej vyučovacej metódy. Podľa autorky hra formuje nasledujúce vlastnosti žiaka nevyhnutné k efektívnej edukácii:

- celkovo kladný vzťah ku škole a edukačnému procesu,
- vnútornú motiváciu zlepšovať svoje vedomosti, schopnosti a zručnosti,
- uvedomelý prístup k sebahodnoteniu a samostatnej kontrole vlastnej činnosti.

E. Krejčová a M. Volfová (1994) vysoko hodnotia úlohu hry ako vitálnej časti edukácie. Zaradenie didaktickej hry do vyučovania podľa autoriek zvyšuje záujem žiakov o aktívnu prácu na hodinách matematiky a matematiku celkovo a všeobecne zlepšuje priebeh vyučovacích hodín. Ako pozitívum hry autorky uvádzajú aj potrebnú integráciu vedomostí z rôznych oblastí učiva matematiky, ale aj z iných vyučovacích predmetov. Na základe skúseností s používaním didaktických hier v rámci vyučovania matematiky formulovali autorky nasledovné požiadavky na vhodnú integráciu hry do edukácie:

- Hra má byť pre žiakov lákavá a príťažlivá.
- Hra by mala odpovedať vekovým zvláštnostiam a individuálnym schopnostiam detí. Mladší žiaci pritom obľubujú najmä hry naplnené prvkami tajomnosti a záhadnosti, slabší žiaci preferujú skupinové hry, nadaní a starší žiaci majú radi hry individuálne.
- Každá hra má mať jasné a zrozumiteľné pravidlá, ktoré sú starostlivo dodržiavané. Za eventuálne porušenie pravidiel musia byť stanovené sankcie (napr. trestné body). Pravidlá nie je vhodné bezúčelne meniť.
- Samozrejmosťou musí byť dobré organizačné a materiálne zabezpečenie hernej činnosti.
- Nevhodné je tiež príliš časté zavádzanie novej hry.
- Hru nikdy nezaraďujeme do vyučovania náhodne. Každá hra musí slúžiť istému didaktickému cieľu, ktorý chceme v rámci vyučovania predmetu matematika realizovať.
- Snažíme sa, aby hravá činnosť aktivizovala čo najviac žiakov, ideálne celú triedu súčasne. Každý žiak by mal mať možnosť byť v rámci hry úspešný, či už individuálne alebo ako časť tímu. Za účel diferenciacie podľa schopností žiakov je vhodné pripraviť si menej náročné prípadne viac náročné varianty danej hry.

- Pri výbere didaktickej hry preferujeme tú, čo zamestnáva čo najviac zmyslov žiakov, trénuje ich najrozmanitejšie schopnosti a vedomosti.

Potenciál didaktických hier vyzdvihuje aj tvrdenie A. Masarikovej (1994, s. 37–38):

Didaktická hra môže byť prostriedkom učenia i vyučovania, využíva prirodzenú túžbu po poznávaní a hre. Je zdrojom motivácie, pomáha pri koncentrácii pozornosti, zvyšuje aktivitu myslenia, formuje pozitívny vzťah a záujem k obsahu vyučovania, čo je predpokladom k pochopeniu a zapamätaniu si základných faktov vyplývajúcich z obsahu, umožňuje radosť z dosiahnutého úspechu.

Pozitívami používania didaktickej hry v edukácii sa venovala A. Masariková v spolupráci s J. Ivanovičovou (1999). Podľa autoriek veľkým kladom didaktických hier je aktívna práca žiakov s preberaným učivom. Tento priamy kontakt umožňuje žiakom získať presnejšie, systematickejšie a trvácnejšie poznatky. V metodike používania didaktických hier autorky zdôrazňujú primeranosť hier veku, schopnostiam, vedomostiam a záujmu žiakov.

Pozitívne vplyvy hry na rozvoj žiakov prvého stupňa základnej školy opisuje J. Cejpeková (1996). Autorka vidí potenciál didaktickej hry v jej nasledovných funkciách:

- aktivizuje osobnosť žiaka,
- rozvíja pamäť, predstavivosť, pozornosť, myslenie a reč,
- rozvíja a kultivuje citovú stránku žiaka, podporuje emocionálne učenie zážitkom,
- prehľbuje sebapoznanie a posilňuje sebadôveru,
- umožňuje sociálne učenie, pripravuje na rôzne sociálne situácie,
- motivuje, rozvíja záujmy, uspokojuje potreby, vedie k samostatnosti a tvorivosti,

- podporuje senzomotorické učenie,
- má významný relaxačný účinok.

Podľa Š. Kováčika (1999) hlavnými oblasťami, na ktoré môže byť zamerané edukačné využívanie didaktických hier v matematike je:

- objavovanie a odhaľovanie nových súvislostí,
- precvičovanie a upevňovanie učiva,
- rozvoj myslenia a využitie poznatkov.

M. Zelinová (1999) podrobne analyzovala funkcie hry v rozvoji osobnosti dieťaťa. Podľa autorky má hra významnú funkciu v rozvoji nasledovných stránok osobnosti:

Nonkognitívne stránky:

- citové prejavy a pozitívne zážitkové skúsenosti, nárast sebavedomia,
- zvyšovanie aktivity a motivácie,
- sociálne správanie, zlepšovanie sociálnych zručností,
- axiologizácia (láska ku kladným hodnotám),
- kreativita, radosť z tvorivej činnosti.

Kognitívne stránky:

- senzomotorické schopnosti,
- pamäť,
- hodnotiace myslenie,
- tvorivé myslenie.

Aktívnemu používaniu hier vo vyučovaní matematiky na základných školách sa venuje austrálsky vysokoškolský pedagóg G. Booker. V diele *The Maths Games* (Booker, 2000) opisuje svoje skúsenosti a postrehy z používania didaktických hier. Uvedme niektoré:

Hry sa žiakom javia ako zábavná aktivita, ktorá ich nielen motivuje, ale tiež úplne zaujme, čo je nevyhnutné pre konštruktívne učenie. Deti, ktoré nie sú ochotné učiť sa preto, aby potešili svojich rodičov alebo učiteľa, či z dôvodu, že im bolo povedané, že matematika bude potrebná

pre ich ďalší život, sa často učia ochotne v rámci sociálnej interakcie s inými žiakmi. Hry žiakom poskytujú pre nich reálny kontext. ...

Z týchto dôvodov majú hry dôležité miesto v matematickej edukácii. Poskytujú podmienky, v ktorých možno konštruovať a rozvíjať matematické koncepty. Hry zlepšujú schopnosť žiakov riešiť problémy potrebou objavovať a používať nové stratégie a všeobecne zlepšujú ostatné ich schopnosti prostredníctvom ich používania v rámci motivujúcej činnosti. Podporujú sociálne interakcie vedúce k učeniu.

Viacere výskumy s tematikou didaktických hier uskutočnili pracovníci The Mathematics Assistance Centre na univerzite Griffith v austrálskom meste Brisbane. Tieto výskumy sa týkali používania didaktických hier ako integrálnej súčasť vyučovania umožňujúcej získavanie nových vedomostí a rozvoj chápania nových matematických pojmov (Booker, 2000). Snahou pritom bolo nájsť mechanizmus na implementáciu konštruktívneho prístupu k učeniu matematiky. Žiaci sa v konštruktívnom prístupe učia na základe vlastných skúseností v rámci vhodne zvolených aktivít. Jednou z aktivít sú didaktické hry. Hry slúžili tiež na rozvoj jazyka potrebného na narábanie s matematickými konceptmi. Pokúsme sa výsledky týchto výskumov stručne zhrnúť:

Didaktické hry:

- poskytujú pre žiakov reálny kontext, v rámci ktorého sa môžu plne angažovať, čo podporuje konštruktívne vyučovanie,
- zvyšujú subjektívnu hodnotu matematických vedomostí pre žiakov, keďže uvedené vedomosti sú potrebné pre účasť v hre, ktorá je žiadanou aktivitou,
- pomáhajú žiakom konštruovať matematické koncepty prostredníctvom manipulácie s objektmi v rámci hry, verbalizácii ich činností, myšlienok a postojov,

- vyžadujú, aby žiaci rešpektovali pravidlá hry, čo je prospešné pre na pravidlách založené disciplíny matematiky,
- sú účinnejšie, ak sú konštruované na matematických ideách a pre hru je potrebné pochopenie istých matematických pojmov alebo ovládanie istých matematických zručností,
- podporujú žiakov, aby tvorivo budovali nové idey, ktoré potom musia obhajovať pred ostatnými hráčmi,
- dávajú podnety na kontrolu a overovanie matematických postupov ostatných hráčov, v rámci tohto overovania sa žiaci spoliehajú viac na vlastné overovanie správnosti týchto postupov namiesto spoliehania sa na tvrdenia vonkajšej autority (učiteľa, učebnice a pod.),
- zlepšujú sebaúctu a sebavedomie žiakov, keďže náhodné elementy hry umožňujú každému žiakovi víťazstvo,
- umožňujú učiteľovi sústrediť sa na hodnotenie pravdivého obrazu schopností žiakov, namiesto hodnotenia ich výsledkov v umelých podmienkach.

P. Vankúš (2006, 2007, 2008) vo svojich dielach študoval vplyv zaradenia didaktických hier vo vyučovaní matematiky na druhom stupni základnej školy. Ako hlavný záver výskumu autor zistil pozitívne pôsobenie integrácie didaktických hier na postoje žiakov k matematike a k jej vyučovaniu, pričom vedomosti boli v kontrolnej a experimentálnej skupine bez významných štatistických rozdielov. Autor tiež konštatoval možnosti hier pomôcť pri odstraňovaní didaktických prekážok vo vyučovaní matematiky. Tie možno prekonať vhodnou voľbou vyučovacích metód a kurikula (Spagnolo, 1998), pričom hra ako pre deti prirodzený prostriedok vzdelávania má v tomto smere veľký potenciál.

Autori F. Ke a B. Grabowski (2007) vo svojom výskume zisťovali efektívnosť vyučovania pomocou didaktických hier v matematike, pričom sa snažili preskúmať aj faktory organizácie práce žiakov

(kooperatívne resp. individuálne vyučovanie). Autori zistili zlepšenie vedomostí aj postojov žiakov používajúcich didaktické hry, pričom mierne lepšie skóre dosiahla kooperatívna forma práce. Obdobná štúdia autora F. Ke (2008) následne preukázala pozitívny vplyv používania hier na postoje žiakov k matematike, vedomosti boli štatisticky rovnaké v kontrolnej aj experimentálnej skupine.

Pozitívne vplyvy používania hier vo vyučovaní matematiky na vedomosti a postoje žiakov preukázal K. Sedig (2007). Autor tiež zistil, že didaktické hry pomáhajú žiakom dosiahnuť optimálny psychologický stav vhodný pre ich aktivity (tzv. „flow“).

M. Kebritchi, A. Hirumi a H. Bai (2010) vo svojom výskume zistili, že hry pomohli žiakom dosiahnuť lepšie výsledky v matematike. To platilo pritom pre žiakov bez ohľadu na ich vstupnú úroveň vedomostí z matematiky. Vo svojom výskume títo autori nezistili štatistické rozdiely v motivácii medzi kontrolnou a experimentálnou skupinou.

Autori D. J. Miller a D. P. Robertson (2011) zisťovali vplyv používania didaktických hier na presnosť a rýchlosť výpočtov žiakov, ich sebahodnotenie z matematiky a tiež ich postoje k vyučovaniu. Výsledkom používania hier bol signifikantný nárast presnosti a rýchlosti výpočtov a menšie, ale stále štatisticky významné zlepšenie postojov k vyučovaniu. V sebahodnotení žiakov z matematiky nenastali medzi kontrolnou a experimentálnou skupinou žiadne významné rozdiely.

E. Afari, J. M. Aldridge, B. J. Fraser a M. S. Khine (2012) vo svojom diele skúmali vplyv hier vo vyučovaní matematiky na vysokej škole. Konkrétne sa zamerali na názory na vyučovanie a postoje k matematike. Výskum ukázal, že používaním didaktických hier došlo k zlepšeniu uvedených názorov študentov.

M. M. Riconscente (2013) vo svojom diele skúmala vplyv používania didaktických hier na vedomosti žiakov v tematike zlomkov, na ich sebahodnotenie v tejto oblasti a na ich obľubu daného celku

matematiky. Všetky uvedené oblasti dosiahli používaním hier v rámci výskumu zlepšenie.

Výskumníci zaoberajúcich sa didaktickými hrami v matematickej edukácii sa zhodujú na tom, že hra má veľa pozitívnych vlastností a môže byť prínosnou metódou práce žiakov na hodinách matematiky.

LITERATÚRA POUŽITÁ V KAPITOLE:

- Afari, E., Aldridge, J. M., Fraser B. J., Khine M. S. (2012): Students' perceptions of the learning environment and attitudes in game-based mathematics classrooms. *Learning Environ Res*, 16, 131–150.
- Booker, G. (2000): *The Maths Game. Using Instructional Games to Teach Mathematics*. Wellington, NZCER.
- Bright, G., Harvey, J., Wheeler, M. (1985): *Learning and mathematical games*. The National Council of Teachers of Mathematics. Reston.
- Cejpeková, J. (1996): *Hra vo vyučovaní na 1. stupni základnej školy*. Banská Bystrica, UMB Pedagogická fakulta.
- Kárová, V. (1994): *155 her ve vyučování matematice a ve školní družině na 1. stupni základní školy. 1. a 2. část*. Praha, Pražské centrum vzdělávání pedagogických pracovníků.
- Kárová, V. (1996): *Didaktické hry ve vyučování matematice v 1.–4. ročníku základní a obecné školy. Část aritmetická*. Plzeň, Pedagogická fakulta.
- Ke, F. (2008): Computer games application within alternative classroom goal structures: cognitive, metacognitive, and affective evaluation. In: *Educational Technology Research and Development*, 56, 2008, 539–556
- Ke, F., Grabowski, B. (2007): Gameplaying for maths learning: cooperative or not? *British Journal of Educational Technology*, 38(2), 249–259.
- Kebritchi, M., Hirumi, A., Bai, H. (2010): The effects of modern mathematics computer games on mathematics achievement and class motivation. *Computers & Education*, 55, 427–443.
- Kováčik, Š. (1999): *Didaktická hra – spestrenie hodiny matematiky*. In: *Zborník z odborného seminára Hra a hračka*. Bratislava, IUVENTA, 92–96.
- Krejčová, E., Volfová, M. (1994): *Didaktické hry v matematice*. Hradec Králové, Gaudeamus.

- Masariková, A. (1994): Didaktická hra vo výchovno-vzdelávacom procese. In: *Quo vadis výchova...?* Zborník z vedeckého seminára, organizovaného IUVENTOU dňa 19. 1. 1994 na tému „Hra a hračka“, Bratislava, IUVENTA, 37–41.
- Masariková, A., Ivaničová, J. (1999): Didaktická hra vo výchovno-vzdelávacom procese. In: Zborník z odborného seminára Hra a hračka. Bratislava, IUVENTA, 60–63.
- Miller, D. J., Robertson, D. P. (2011): Educational benefits of using game consoles in a primary classroom: A randomized controlled trial. *British Journal of Educational Technology*, 42(5), 850–864.
- Onslow, B. (1990): Overcoming conceptual obstacles: The qualified use of game. In: *School Science and Mathematics*, 90 (7), 1990, 581–592.
- Pulos, S., Sneider, C. (1994): Designing and Evaluating Effective Games for Teaching Science and Mathematics: An illustration for Coordinate Geometry. In: *Focus on Learning Problems in Mathematics*, 16(3), 1994, 23–42.
- Randel, J., Morris, B., Wetzel, C., Whitehill, B. (1992): The effectiveness of games for educational purposes: A review of recent research. In: *Simulation & Gaming*, 23 (3), 261–276.
- Riconsence, M. M. (2013): Results From a Controlled Study of the iPad Fractions Game Motion Math. *Games and Culture*, 8(4), 186–214.
- Sedig, K. (2007): Toward operationalization of ‘flow’ in mathematics learnware. *Computers in Human Behavior*, 23, 2064–2092.
- Spagnolo, F. (1998): *Insegnare le matematiche nella scuola secondaria*. Firenze.
- Steffe, L., Wiegel, H. (1994): Cognitive Play and Mathematical Learning in Computer Microworlds. In: *Journal of Research in Childhood Education*, 8(2), 117–131.
- Vankúš, P. (2006): Efektívnosť vyučovania predmetu matematika metódou didaktických hier. Dizertačná práca. Bratislava, Fakulta matematiky, fyziky a informatiky UK.
- Vankúš, P. (2007): Influence of didactical games on pupil's attitudes towards mathematics and process of its teaching. In: *European Research in Mathematics Education: Proceedings of the Fifth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education*, Larnaca, University of Cyprus, 369–378.
- Vankúš, P. (2008): Games based learning in teaching of mathematics at lower secondary school. In: *Acta Didactica Universitatis Comenianae-Mathematics*, Issue 8, Bratislava, Comenius University Press, 103–120.
- Vankúš, P. (2014): Zisťovanie efektívnosti vyučovacích metód. Analýza výskumov efektívnosti vyučovania matematiky metódou didaktických hier. Bratislava: KEC FMFI UK Bratislava.
- Zelinová, M. (1999): Hra v tvorivo-humanistickej výchove. In: Zborník z odborného seminára Hra a hračka. Bratislava, IUVENTA, 56–59.

5 EFEKTÍVNOSŤ

VYUČOVACÍCH METÓD

Na úvod si spresníme pojem **vyučovacia metóda**. Chápeme ňou organizovaný systém činností učiteľa a žiakov a príslušné usporiadanie učiva a materiálneho prostredia, ktorých účelom je dosiahnutie stanovených edukačných cieľov (Stračár, 1979; Zelina a Nelešovská, 1983; Pavlík a kol., 1984; Mojžíšek, 1985; Maňák, 1990; Průcha, Walterová a Mareš, 1998; Maňák a Švec, 2003; Skalková, 2007; Turek, 2014).

Ďalším kľúčovým pojmom tejto knihy je **efektívnosť**. Skúsime si tento pojem priblížiť.

Ak sa pozrieme do slovníka cudzích slov (Petráčeková a Kraus, 1997), pod heslom efektívnosť tu nájdeme:

Efektívnosť – efektivita: ekonomická e. výroby je účinnosť prostriedkov vložených do výroby hodnotená z hľadiska výsledkov;

ekologická e. je účinnosť opatrení v krajine z hľadiska optimálnych podmienok ďalšieho rozvoja živej prírody;

e. vo výpočtovej technike je uskutočniteľnosť výpočtu alebo procesu daná existenciou algoritmu.

Najväčší význam pre nás má poňatie efektívnosti v rámci ekonómie, odkiaľ pedagogika a didaktika tento pojem prebrali. Ak si všimneme túto časť predošlej definície, vidíme, že meradlom efektívnosti je dosiahnutie cieľov konania pri maximálnej účinnosti použitých prostriedkov. V podobnom duchu sa nesie aj definícia, ku ktorej analýzou pôvodu a významov slova efektívnosť (ako synonymum sa používa efektivita) dospel I. Turek v diele *Zvyšovanie efektívnosti vyučovania* (2002):

Efektívnosť vyučovacieho procesu = účelnosť (miera dosiahnutia cieľov vyučovacieho procesu) + hospodárnosť (miera využitia finančných nákladov na vyučovací proces). ... Pretože finančné ohodnotenie spoločenského prínosu absolventov konkrétnej školy je veľmi ťažké zisťovať, efektívnosť v zmysle hospodárnosti sa v pedagogike používa len veľmi obmedzene. ... Preto chápeme efektívnosť vyučovacieho procesu ako jeho účelnosť, t.j. efektívnosť vyučovacieho procesu je miera dosiahnutia jeho cieľov.

Pri zisťovaní efektívnosti je dôležité si uvedomiť, že táto je daná viacerými faktormi a ide o pomerne komplexný pojem, ako uvádza aj definícia z pedagogického slovníka (Průcha, Walterová a Mareš, 1998, s. 60):

Efektívnosť vzdelávania: Komplexný pojem vyjadrujúci za akých podmienok vedú určité vstupy vzdelávacích procesov k určitým výstupom. Vstupy predstavujú faktory dané charakteristikou subjektov a obsahu vzdelávania, podmienky tvoria charakteristiky procesu vyučovania a výstupy sú vzdelávacie výsledky a efekty vzdelávania (t.j. dlhodobé výsledky v sociálnej i osobnej sfére).

Istú predstavu o komplexnosti faktorov, ktoré vymedzujú efektívnosť vzdelávania poskytuje detailný zoznam možných aspektov efektívnosti edukačného procesu (Kulič, 1980, s. 680–681):

Pokus vymedzenie pojmu efektivity učenia, vyučovania a vzdelávania vôbec pomocou klasifikácie jej hlavných zložiek, stránok a tried pôsobiacich aj podmieňujúcich faktorov:

Efektívnosť učenia a vzdelávania (i jeho zložiek):

1a) Cieľová (obsahová) je daná spoločenskou a individuálnou hodnotou (užitočnosťou) cieľov a obsahu vzdelávania, ktoré je daný systém schopný realizovať.

1b) Subjektová (populačná) je závislá na počte, type a úrovni osôb (populácie), ktoré môžu byť vzdelávané (vyučované).

2) *Rezultatívna (výsledková, produktová) je vyjadrená bezprostredným aj dlhodobým výsledkom učenia, chápaným ako súbor zmien vo vedení, schopnostiach, spôsobilostiach a vlastnostiach učiaceho sa subjektu; býva určovaná ako výsledok porovnania počítateľného stavu s konečným reálnym alebo aj s predpokladaným (cieľovým) stavom – ako tzv. absolútny alebo relatívny efekt učenia. Ak ide o dosahovanie výsledkov celou populáciou, je výstupný stav a efekt charakterizovaný aj štatistickým rozložením dosahovaných hodnôt v danej populácii.*

3) *Procesuálna je daná kvantitatívnymi a kvalitatívnymi parametrami a znakmi procesu učenia a vyučovania, ktorý viedol k danému výsledku; ide o nasledujúce triedy týchto dát:*

a) *vonkajšie procesuálne charakteristiky: množstvo základných a pomocných informácií, inštrukcií, opakovaní, operácií, krokov potrebných k dosiahnutiu cieľa,*

b) *psychické a fyziologické nákladové charakteristiky: čas, intenzita činnosti, záťaž, únava, výdaj energie a pod.,*

c) *subjektívne zážitkové charakteristiky: zážitky úspechu a neúspechu, emocionálne prežívanie, názory a postoje, preferencie a pod.*

4) *Nákladová je závislá na hodnote spoločenských prostriedkov, ktoré boli použité k dosiahnutiu daného výsledku (ľudská pracovná sila a materiálno-technické prostriedky); tvorí niekoľko kategórií, ktoré je väčšinou možné previesť na peňažný index:*

a) *priamo použitá ľudská pracovná sila: učiteľ, majster výcviku, tréner, vychovávateľ, administratíva vzdelávacích zariadení a pod.,*

b) *nepriamo použitá pracovná sila: pri príprave učiteľov, pri tvorbe učebníc, programov, pomôcok, strojov, budov a pod.,*

c) *materiálno-technické zaistenie: zošity, knihy, pomôcky, prístroje a stroje, budovy, športové zariadenia a pod.,*

d) *finančné náklady: zriaďovacie (sčasti zahrnuté aj v kategóriách a–c); prevádzkové: spotreba elektrickej energie, vykurovanie, údržby, opravy a pod.*

Ako sám autor konštatuje, ani tento podrobný zoznam neobsahuje všetky faktory a aspekty podieľajúce sa na efektívite výchovy a vzdelávania.

Na základe predošlého zoznamu sa teraz pokúsime zostaviť našu pracovnú koncepciu zoznamu faktorov vymedzujúcich efektívnosť vyučovacej metódy.

Hodnotenie niektorých faktorov predošlého zoznamu je časovo a subjektívne variabilné. Ide najmä o bod 1a) súvisiaci so spoločenskou a individuálnou hodnotou cieľov a obsahu vzdelávania. Problematické je tiež presné stanovenie finančných nákladov z bodu 4d).

Preto v našom zozname faktorov efektívnosti vyučovacej metódy uskutočníme nasledovné prispôbenia:

- Do klasifikácie nezahrnieme 1a), bod 1) teda bude zahŕňať len subjektívny faktor.
- Čo sa týka bodu 2) vzhľadom na moderné ponímanie postojov a ich zmien ako dôležitého výsledku vyučovacej metódy ich premiestnime z bodu 3c) do bodu 2), t. j. do oblasti rezultatívnej (výsledkovej, produktovej) efektivity.
- V kategórii subjektívnych zážitkových charakteristík z bodu 3c) budeme potom sledovať najmä zážitky úspechu a neúspechu, resp. emocionálne prežívanie v rámci aktivity prislúchajúcej k danej vyučovacej metóde.
- Do klasifikácie pre náročnosť presného stanovenia hodnoty nezahrnieme bod 4d), ktorý sa týkal finančných nákladov. Body 4a)–4c) budeme uvádzať v rámci jedného faktora, ktorý nazveme nákladový.
- Ako úplne nový do klasifikácie pridáme bod 5), ktorý bude zahrňovať charakteristiky prostredia, v rámci ktorého je vyučovacia metóda schopná realizovať stanovené vzdelávacie ciele. Niektoré metódy sú napr. efektívne len pri používaní v počítačovej učebni, resp. v inak špecifickom prostredí. Tento bod nazveme faktor prostredia.

Pre potreby našej práce budeme teda definovať **efektívnosť vyučovacej metódy** ako komplexný pojem, vymedzený nasledovnými faktormi:

1) **Subjektový faktor:** Je závislý na počte, type a úrovni osôb (populácie), ktoré môžu byť na požadovanej úrovni vzdelávané.

2) **Rezultatívny faktor:** Je vyjadrený ako súbor zmien vo vedomostiach, schopnostiach, spôsobilostiach, vlastnostiach a postojoch učiaceho sa subjektu.

3a) **Vonkajšie procesuálne charakteristiky:** Čas potrebný na vzdelávanie, množstvo základných a pomocných informácií, inštrukcií, opakovaní, krokov potrebných k dosiahnutiu cieľa.

3b) **Psychické a fyziologické nákladové charakteristiky:** Trvanie aktivity žiakov, intenzita činnosti, záťaž, únava a pod.

3c) **Subjektívne zážitkové charakteristiky:** Zážitky úspechu a neúspechu, emocionálne prežívanie a pod.

4) **Nákladový faktor:** Priamo a nepriamo použitá ľudská pracovná sila, materiálne technické zaistenie.

5) **Faktor prostredia:** Charakteristiky prostredia, v rámci ktorého je vyučovacia metóda schopná realizovať stanovené vzdelávacie ciele.

LITERATÚRA POUŽITÁ V KAPITOLE:

- Kulič, V. (1980): Některá kritéria efektivity učení a vyučování a metody jejího zjišťování. In: *Pedagogika*. 30(6), 1980, 677–698.
- Maňák, J. (1990): *Nárys didaktiky*. Brno, PdF MU.
- Maňák, J., Švec, V. (2003): *Výukové metody*. Brno, PdF MU.
- Mojžíšek, L. (1985): *Vyučovací metody*. Praha, SPN.
- Pavlík, O. a kol. (1984): *Pedagogická encyklopédia Slovenska. I. zväzok*. Bratislava, Univerzita Komenského. Encyklopedický ústav SAV a Veda, vydavateľstvo SAV.
- Petráčková, V., Kraus, J. (1997): *Slovník cudzích slov*. Bratislava, SPN.
- Průcha, J., Walterová, E., Mareš, J. (1998): *Pedagogický slovník*. Praha, Portál.
- Skalková, J. (2007): *Obecná didaktika*. Praha, Grada Publishing.
- Stračár, E. (1979): *Systém kontroly a hodnotenia učebných výsledkov v ZŠ a SŠ*. Bratislava, SPN.
- Turek, I. (2002): *Zvyšovanie efektívnosti vyučovania*. Bratislava, Metodické centrum.
- Turek, I. (2014): *Didaktika*. Bratislava, Wolters Kluwer.
- Zelina, L., Nelešovská, A. (1983): *K soustavě didaktických zásad a vyučovacích metod*. Olomouc, Pedagogická fakulta Univerzity Palackého.

6 METODIKA

ZISŤOVANIA

EFEKTÍVNOSTI

VYUČOVACÍCH METÓD

Zisťovanie efektívnosti vyučovacích metód je veľmi komplexný a preto pomerne náročný proces. Zároveň je ale nevyhnutnou podmienkou cieleného zlepšovania vyučovania. V tejto kapitole uvedieme niektoré odporúčania pre výber vhodnej metodiky zisťovania efektívnosti vyučovacích metód.

Odporúčania sme vytvorili analýzou výskumov efektívnosti vyučovania matematiky s použitím didaktických hier, ktorá je uvedená v publikácii *Zisťovanie efektívnosti vyučovacích metód* (Vankúš, 2014). Na základe tejto analýzy považujeme v metodike zisťovania efektívnosti vyučovacích metód za potrebné:

- Prihliadnuť pre akú množinu subjektov je daná metóda vhodná, resp. zohľadniť vplyvy charakteristík množiny subjektov na efektívnosť metódy.
- Zistiť dosiahnutú úroveň vedomostí a zručností žiakov z matematického učiva preberaného počas experimentálneho pôsobenia a tiež stanoviť zmeny v postojoch žiakov k predmetu matematika, k vyučovaniu matematiky, ich sebahodnotenie vlastných schopností z matematiky a pod.

- Preskúmať subjektívne zážitkové charakteristiky: zážitky úspechu a neúspechu, emocionálne prežívanie, motivačné a kognitívne pochody žiakov a pod.

Pre realizáciu tejto metodiky je potrebné zvoliť náležitý dizajn výskumu a vybrať vhodné výskumné nástroje. Na základe analýzy výskumov uvedených v publikácii (Vankúš, 2014) sa za vhodný dizajn výskumu tohto typu štandardne považuje použitie experimentálnej a kontrolnej skupiny a ich porovnávanie za účelom stanovenia pôsobenia skúmanej vyučovacej metódy na faktory efektívnosti vyučovacej metódy. Tento dizajn preto odporúčame aj v našej metodike zisťovania efektívnosti vyučovacích metód.

Pri tomto dizajne sa obyčajne porovnávajú výsledky v rámci skupín na začiatku a na konci experimentálneho pôsobenia a tiež výsledky výskumných nástrojov medzi experimentálnou a kontrolnou skupinou. Ide teda o štandardný dizajn experimentálneho pedagogického výskumu, ktorý je uvedený vo väčšine zdrojov zaoberajúcich sa touto problematikou (napr. Průcha, 1995; Turek, 1996; Švec, 1998; Benčo, 2001; Gavora, 2008).

Čo sa týka výskumných nástrojov používaných na zisťovanie jednotlivých faktorov efektívnosti vyučovacej metódy aj v tomto smere bola analýza výskumov jednotná. Uvedené nástroje preto odporúčame aj v našej metodike zisťovania efektívnosti vyučovacej metódy:

- Subjektový faktor sa zisťuje najmä štatistickou analýzou výsledkov nástrojov použitých na zisťovanie rezultatívnych faktorov efektívnosti (didaktický test, dotazník), analýzou záznamov z pozorovania experimentálnej činnosti (priame pozorovanie, audio a video záznamy) a záznamov získaných pomocou interview s vybranými žiakmi. Uvedené analýzy sa vykonávajú so zreteľom na vplyvy charakteristík subjektov výskumu.

V rámci rezultatívneho faktora sú rozdielne nástroje používané na zisťovanie zmien v kognitívnej a afektívnej oblasti:

- Dosiahnutá úroveň vedomostí a zručností žiakov z matematického učiva preberaného počas experimentálneho pôsobenia sa zisťuje pomocou didaktických testov. Tieto testy sú aplikované v kontrolnej a experimentálnej skupine a výsledky sú porovnávané využitím vhodných štatistických metód.
- Postoje žiakov k predmetu matematika, k vyučovaniu matematiky, ich sebahodnotenie vlastných schopností z matematiky sa zisťujú pomocou dotazníkov. Aby sa zistila zmena v postojoch, treba ich zisťovať pred a po experimente. Ako daná vyučovacia metóda vplýva na postoje žiakov určíme na základe porovnania výsledkov výskumných nástrojov administrovaných na začiatku a na konci experimentu za použitia vhodných štatistických nástrojov.
- Subjektívne zážitkové charakteristiky sa zisťujú dotazníkmi a analýzou záznamov z pozorovania experimentálnej činnosti (priame pozorovanie, audio a video záznamy) a záznamov získaných pomocou interview s vybranými žiakmi.

Kvalita zisťovania efektívnosti vyučovacích metód je determinovaná náležitým zohľadnením subjektového faktoru, korektnou identifikáciou rezultatívnych faktorov a následne vhodne zostavenými výskumnými nástrojmi na ich meranie a úrovňou zisťovania subjektívnych zážitkových charakteristík žiakov. Okrem toho pre zaistenie kvality zisťovania efektívnosti vyučovacích metód sú dôležité tiež nasledovné podmienky (Vankúš, 2006; Sitzman, 2011; Vandercruysse, Vandewaetere a Clarebout, 2012; Wouters et al., 2013; Girard, Ecalle a Magnan, 2013; All, Castellar a Van Looy, 2014):

- Nevyhnutnosť exaktne definovať skúmanú vyučovaciu metódu, aby sa vedelo, čo do nej patrí a čo nie. Je potrebné zvážiť reprezentatívnosť konkrétnej realizácie vyučovacej metódy, ktorá má zastupovať túto metódu vo všeobecnosti.

- Zaistenie, aby porovnávané metódy v rámci experimentálnej a kontrolnej skupiny smerovali k realizácii rovnakého edukačného cieľa za obdobných vonkajších podmienok. Preto sú dôležité tiež aktivity realizované v kontrolnej skupine. Rozdiel vo výsledkoch výskumu efektívnosti didaktických hier môže napr. spôsobiť či porovnávame didaktické hry s pasívnymi, resp. aktívnymi činnosťami v kontrolnej skupine. Potrebné je preto aktivity v kontrolnej skupine starostlivo zvoliť a realizovať a vo výskumnej správe ich detailne opísať.
- Dôležité je aj to, či bola výskumná metóda realizovaná ako relatívne samostatná aktivita, resp. či bola súčasť nejakého väčšieho celku aktivít. Zmeny efektívnosti môžu byť spôsobené týmto celkom, dôležité je preto detailne popísať vo výskumnej správe experimentálne pôsobenie.
- Úlohu zohráva, či bol výskumník prítomný pri experimentálnom pôsobení, tiež to, akú pri ňom zohrával úlohu vyučujúci v experimentálnej i v kontrolnej skupine. Tieto faktory musia byť preto sledované a vo výskumnej správe náležite uvedené.
- Žiaduce sú výskumy zisťujúce dopady vyučovacej metódy aj po dlhšom časovom intervale po realizácii výskumu (pominie efekt novosti a zistia sa skutočné zmeny na vedomostiach, postojoch a iných kritériách).

Pri aplikácii metodiky zisťovania efektívnosti vyučovacej metódy je potrebné zvážiť uvedené podmienky.

V nasledujúcej kapitole tejto publikácie sa budeme podrobnejšie venovať tematike vhodných výskumných nástrojov, ich tvorbe a administrácii.

LITERATÚRA POUŽITÁ V KAPITOLE:

- All, A., Nuñez Castellar, E. P., Van Looy, J. (2014): Measuring Effectiveness in Digital Game-Based Learning: A Methodological Review. In: *International Journal of Serious Games*, 1(2), 2014, 3–21.
- Benčo, J. (2001): *Metodológia vedeckého výskumu*. Bratislava, IRIS.
- Gavora, P. (2008): *Úvod do pedagogického výskumu*. Bratislava, Univerzita Komenského.
- Girard, C., Ecalte, J., Magnan, A. (2013): Serious games as new educational tools: how effective are they? A meta-analysis of recent studies. In: *Journal of Computer Assisted Learning*, 29(3), 2013, 207–219
- Průcha, J.: *Pedagogický výzkum. Uvedení do teorie a praxe*. Praha, Karolinum.
- Sitzman, T. (2011): A meta-analytic examination of the instructional effectiveness of computer-based simulation games. In: *Personal Psychology*, 64, 2011, 489–528.
- Švec, Š. a kol. (1998): *Metodológia vied o výchove*. Bratislava, IRIS.
- Turek, I. (1996): *Učiteľ a pedagogický výskum*. Bratislava, Metodické centrum mesta Bratislavy.
- Vandercruyssen, S., Vandewaetere, M., Clarebout, G. (2012): Game based learning: A review on the effectiveness of educational games. In: Cruz-Cunha, M. M. (Ed.), *Handbook of Research on Serious Games as Educational, Business, and Research Tools*. Hershey: IGI Global, 2012, 628–647.
- Vankúš, P. (2014). Zisťovanie efektívnosti vyučovacích metód. Analýza výskumov efektívnosti vyučovania matematiky metódou didaktických hier. Bratislava, KEC FMFI UK Bratislava.

Vankúš, P. (2006): Efektívnosť vyučovania matematiky metódou didaktických hier.

Dizertačná práca. Bratislava, Fakulta matematiky, fyziky a informatiky UK v Bratislave.

Wouters, P., van Nimwegen, C., van Oostendorp, H., van der Spek, E., D. (2013): A

Meta-Analysis of the Cognitive and Motivational Effects of Serious Games. In:

Journal of Educational Psychology, 105(2), 2013, 249-265.

7 VÝSKUMNÉ NÁSTROJE

Kvalitu zisťovania efektívnosti vyučovacích metód ovplyvňuje kvalita nástrojov používaných na zisťovanie jednotlivých faktorov efektívnosti, uvedených v definícii na konci kapitoly 5 *Efektívnosť vyučovacích metód*. V tejto kapitole sa budeme venovať vybraným výskumným nástrojom a predložíme tiež ukážky konkrétnych nástrojov použitých v realizácii výskumov zisťujúcich efektívnosť vyučovacích metód uvedených v ôsmej kapitole publikácie a tiež návrhy iných vhodných výskumných nástrojov.

Konkrétne v tejto kapitole budeme rozoberať dva druhy najčastejšie používaných výskumných nástrojov: didaktický test na zisťovanie vedomostí z preberaného učiva a dotazník zisťujúci postoje žiakov k priebehu vyučovania a k danému učebnému predmetu, ich sebahodnotenie v rámci vedomostí z preberaného učiva ako aj ich názory na užitočnosť preberanej látky a pod.

Ako zdroje príkladov jednotlivých výskumných nástrojov použijeme nami realizované výskumy efektívnosti vyučovania matematiky metódou didaktických hier (Vankúš, 2005; Vankúš, 2006; Vankúš, 2007; Vankúš, 2015; Vankúš a Ochodničánová, 2015).

7.1 DIDAKTICKÝ TEST

Ako jeden zo základných faktorov efektívnosti vyučovania sa používa rezultatívny faktor a v rámci neho je dôležitou zložkou úroveň dosiahnutých vedomostí žiakov. Za účelom jej zistenia sa používa väčšinou didaktický test, ktorý sa považuje za štandardný nástroj zisťovania vedomostí žiakov, ktorý má pri vhodnom vyhotovení a použití vysokú validitu a reliabilitu.

V ďalšom texte kurzívou uvedieme postup konštrukcie, skórovania a vyhodnocovania didaktického testu použitého v našom výskume efektívnosti vyučovania matematiky metódou didaktických hier (Vankúš, 2005; Vankúš, 2006; Vankúš, 2007). Uvedený postup je možné veľmi dobre modifikovať pri konštrukcii iných didaktických testov podľa potreby konkrétneho výskumu.

Pri zostavovaní, používaní a následnom spracovaní testu, ktorý sme aplikovali v našom výskume, sme vychádzali z literatúry týkajúcej sa tejto oblasti (Turek, 1982, 1996). Keďže účelom daného testu malo byť zistenie vedomostí z matematiky na konci preberania vyučovacieho celku, jedná sa o výstupný, kognitívny test. Dané vedomosti sme chceli porovnať s istým štandardom, to znamená, že test je CR test absolútneho výkonu. Tieto charakteristiky podmienili spôsob tvorby a štatistického spracovania výsledkov didaktického testu.

Pri tvorbe položiek testu sme vychádzali zo zoznamu špecifických cieľov (tabuľka 7.1) a špecifickej tabuľky, ktoré sme zostavili pre testovaný tematický celok (tabuľka 7.2). Definitívna podoba testu je v tabuľke 7.3.

Tabuľka 7.1 Zoznam špecifických cieľov učiva testovaného učiva Obsah obrazca (Obdĺžnik, štvorec)

Špecifické ciele jednotlivých kapitol učiva témy: Obsah obrazca (Obdĺžnik, štvorec)			
1. kapitola: Obsah obrazca, určovanie obsahu útvaru v štvorcovej sieti			
Špecifické ciele	Dôležitosť*	Testovateľnosť*	Úroveň osvojenia*
<i>(* pozri legendu na konci tabuľky)</i>			
1. Vedieť, čo je obsah. Kde v praxi používame meranie obsahu.	Z	A	po
2. Vedieť určiť obsah obrazca v štvorcovej sieti.	N	A	št
2. kapitola: Jednotky obsahu, premeny jednotiek			
Špecifické ciele	Dôležitosť*	Testovateľnosť*	Úroveň osvojenia*
1. Poznať základné jednotky obsahu.	Z	A	pa
2. Použitie vzťahov: $1\text{m}^2 = 100\text{dm}^2$, $1\text{dm}^2 = 100\text{cm}^2$, $1\text{cm}^2 = 100\text{mm}^2$.	Z	A	št
3. Použitie ďalších vzájomných vzťahov jednotiek: $\text{m}^2, \text{dm}^2, \text{cm}^2, \text{mm}^2$.	Z	A	št
4. Poznať jednotky obsahu a, ha, km^2 a ich veľkosť v m^2 .	Z	A	pa
5. Vedieť navzájom premieňať jednotky m^2 , a, ha, km^2 .	Z	A	št
3. kapitola: Obsah obdĺžnika			
Špecifické ciele	Dôležitosť*	Testovateľnosť*	Úroveň osvojenia*
1. Vedieť vzorec na výpočet obsahu obdĺžnika a čo hovorí.	Z	A	po
2. Vedieť vypočítať obsah obdĺžnika, ak poznáme veľkosť jeho susedných strán.	Z	A	št
3. Vedieť určiť veľkosť strany obdĺžnika, ak poznáme jeho druhú stranu a jeho obsah.	Z	A	št
4. Vedieť určiť obvod obdĺžnika, ak poznáme jednu stranu a obsah obdĺžnika.	Z	A	št
5. Určiť obsah útvaru zloženého z obdĺžnikov.	Z	A	nt
4. kapitola: Obsah štvorca			
Špecifické ciele	Dôležitosť*	Testovateľnosť*	Úroveň osvojenia*
1. Vedieť vzorec na výpočet obsahu štvorca a čo hovorí.	Z	A	po
2. Vedieť vypočítať obsah štvorca, ak poznáme veľkosť jeho strany.	Z	A	št
3. Vedieť určiť veľkosť strany štvorca, ak poznáme jeho obsah.	Z	A	št
4. Určiť obsah štvorca, ak poznáme jeho obvod.	Z	A	št
5. Určiť obvod štvorca, ak poznáme jeho obsah.	Z	A	št

7 VÝSKUMNÉ NÁSTROJE

6. Určiť obsah útvaru zloženého zo štvorcov.	Z	A	nt
5. kapitola: Slovné úlohy na výpočet obvodov a obsahov útvarov zložených zo štvorcov a obdĺžnikov			
Špecifické ciele	Dôležitosť*	Testovateľnosť*	Úroveň osvojenia*
1. Vedieť riešiť základné slovné úlohy na danú tému.	Z	A	nt
<p>* Legenda: <i>Dôležitosť: Z – základné učivo, N – nejedná sa o základné učivo;</i> <i>Testovateľnosť: A – testovateľné učivo, N – ťažko, resp. netestovateľné učivo;</i> <i>Úroveň osvojenia (vychádzame z Nemierkovej taxonómie vzdelávacích cieľov):</i> <i>pa – zapamätanie, po – porozumenie, št – špecifický transfér, nt – nešpecifický transfér</i></p>			

Tabuľka 7.2 Špecifická tabuľka k didaktickému testu

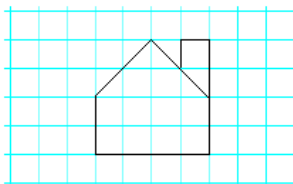
Kapitola učiva (viz predošlá tabuľka)	Počet vyučovacích hodín		Celkový počet úloh			
	absolútny	relatívny	vypočítaný		konečný	
			absolútny	relatívny	absolútny	relatívny
1. kapitola	2,2	15%	2,05	15%	2	14%
2. kapitola	3,2	21%	2,99	21%	2	14%
3. kapitola	2,95	20%	2,75	20%	3	21%
4. kapitola	2,95	20%	2,75	20%	4	29%
5. kapitola	3,7	25%	3,45	25%	3	21%
Spolu	15	100%	14	100%	14	100%
<p>Komentár:</p> <p><i>Absolútny počet vyučovacích hodín pre jednotlivé kapitoly bol nasledovný:</i> <i>1. kapitola: prvé dve vyučovacie hodiny experimentálneho pôsobenia + 0,2 hodiny opakovania; 2. kapitola: tretia až piata hodina + 0,2 hodiny opakovania; 3. kapitola: šiesta a siedma hodina, polovica desiatej a štvrtina jedenástej hodiny + 0,2 hodiny opakovania; 4. kapitola: ôsma a deviata hodina, polovica desiatej a štvrtina jedenástej hodiny + 0,2 hodiny opakovania; 5. kapitola: polovica jedenástej hodiny, dvanásť až štrnásť vyučovacia hodina + 0,2 hodiny opakovania.</i></p>						

Tabuľka 7.3 Didaktický test

Skupina A

1) Pri akých činnostiach v živote používame meranie obsahu? Uveď aspoň jednu:

2) Určite obsah obrazca v centimetrovej štvorcovej sieti.



Obsah obrazca je:

3) Aké poznáš jednotky obsahu? Uveď aspoň šesť rôznych jednotiek:

.....

4) Premeň:

a) $720 \text{ dm}^2 = \dots\dots\dots \text{ m}^2$ d) $1200 \text{ mm}^2 = \dots\dots\dots \text{ dm}^2$

b) $12 \text{ cm}^2 = \dots\dots\dots \text{ mm}^2$ e) $1,4 \text{ ha} = \dots\dots\dots \text{ a}$

c) $1,5 \text{ m}^2 = \dots\dots\dots \text{ cm}^2$ f) $10 \text{ a} = \dots\dots\dots \text{ m}^2$

5) Napiš vzorec na výpočet obsahu obdĺžnika a napíš, čo znamenajú jednotlivé písmená. Znázorni na obrázku:

6) Vypočítaj obsah obdĺžnika, ak jeho rozmery sú 2,5 dm a 10 cm.

.....

7) Obsah obdĺžnika je 32 cm^2 a dĺžka jeho jednej strany je 8 cm.

Určite dĺžku susednej strany obdĺžnika.

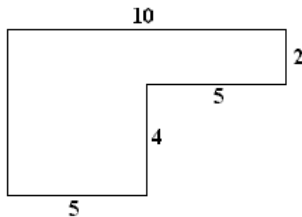
8) Napiš vzorec na výpočet obsahu štvorca a napiš, čo znamenajú jednotlivé písmená. Znázorni na obrázku:

9) Vypočítaj obsah štvorca, ak má stranu dĺžky 5 dm.

10) Obsah štvorca je 36 cm^2 . Urči dĺžku jeho strany.

11) Obsah štvorca je 49 mm^2 . Urči jeho obvod.

12) Chceme dať dlaždice do izby znázornenej na obrázku. Určíte, koľko m^2 dlaždíc potrebujeme. Rozmery na obrázku sú v metroch.



Odpoveď:

.....

13) Plot okolo štvorcového ihriska je dlhý 40 metrov. Urči obsah ihriska. (Rieš ako slovnú úlohu.)

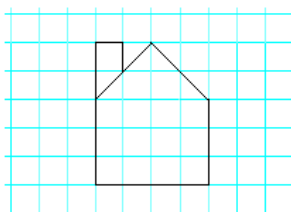
14) Maľujeme obdĺžnikovú stenu s rozmermi 4 m a 2,5 m. Koľko plechovic farby máme kúpiť? Vieme, že jedna plechovica stačí na namaľovanie 5 m^2 steny. (Rieš ako slovnú úlohu.)

Skupina B

1) Aké poznáš jednotky obsahu? Uveď aspoň šesť rôznych jednotiek:

.....

2) Určite obsah obrazca v centimetrovej štvorcovej sieti.



Obsah obrazca je:

3) Pri akých činnostiach v živote používame meranie obsahu? Uveď aspoň jednu:

4) Premeň:

a) $1,7 \text{ m}^2 =$ cm^2 d) $1800 \text{ mm}^2 =$ dm^2

b) $15 \text{ cm}^2 =$ mm^2 e) $20 \text{ a} =$ m^2

c) $420 \text{ dm}^2 =$ m^2 f) $1,7 \text{ ha} =$ a

5) Napiš vzorec na výpočet obsahu štvorca a napiš, čo znamenajú jednotlivé písmená. Znázorni na obrázku:

6) Vypočítaj obsah štvorca, ak má stranu dĺžky 4 dm.

7) Obsah štvorca je 49 cm^2 . Urči dĺžku jeho strany.

8) Obsah štvorca je 36 mm^2 . Urči jeho obvod.

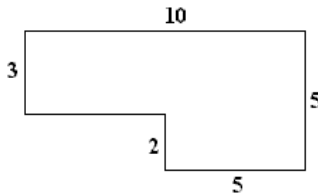
9) Napiš vzorec na výpočet obsahu obdĺžnika a napíš, čo znamenajú jednotlivé písmená. Znázorni na obrázku:

10) Vypočítaj obsah obdĺžnika, ak jeho rozmery sú 1,5 dm a 10 cm.

.....

11) Obsah obdĺžnika je 28 cm^2 a dĺžka jeho jednej strany je 4 cm. Určite dĺžku susednej strany obdĺžnika.

12) Chceme dať dlaždice do izby znázornenej na obrázku. Určite, koľko m^2 dlaždíc potrebujeme. Rozmery na obrázku sú v metroch.



Odpoveď:

.....

13) Maľujeme obdĺžnikovú stenu s rozmermi 4,5 m a 2 m. Koľko plechovic farby máme kúpiť? Vieme, že jedna plechovica stačí na namaľovanie 2 m^2 steny. (Rieš ako slovnú úlohu.)

14) Plot okolo štvorcového ihriska je dlhý 80 metrov. Urči obsah ihriska. (Rieš ako slovnú úlohu.)

Vo verzii B sme určili spôsob bodovania na základe sme mali na pamäti, že pri tvorbe verzie B sme v záujme verzie A vymenili poradie niektorých úloh. Preto napr. 1 zodpovedá úloha 3 verzie B. Prehľad navzájom ekvii a počtu bodov za ne dáva nasledovná tabuľka 7.4.

Tabuľka 7.4 Navzájom ekvivalentné úlohy testu, bodovanie a váha

Skupina A:	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Skupina B:	3	2	1	4	9	10	11	5	6	7	8
Počet bodov*:	1	1	1	3	1	1	1	1	1	1	1
Váha úlohy:	1	2	1	2	1	2	2	1	2	2	2

váha 1: úlohy na zapamätanie a porozumenie

váha 2: úlohy na špecifický a nešpecifický transfér

(Vychádzame z Niemiarkovej taxonómie)

*Jedná sa o maximálny možný bodový zisk za danú úlohu

Pri štatistickom spracúvaní výsledkov testu bude nasledovne: Ako skóre dosiahnuté v úlohe 1 uvedie riešiaceho verziu A skutočné skóre za tento príklad. Pre ži verziu B didaktického testu uvidieme skóre dosi ekvivalentnej s úlohou 1, to znamená skóre udelené z základe tohto postupu pri ďalšom spracovávaní údajov na tom, ktorú verziu didaktického testu žiak riešil.

Pri štatistickom spracúvaní výsledkov testu zač relatívnej percentuálnej úspešnosti riešenia jednotlivých vzťahu:

Na základe relatívnej percentuálnej úspešnosti riešenia všetkých testových úloh určíme vážené skóre pre každého žiaka, na základe vzorca:

$$p_i = \frac{\sum_{j=1}^m p_{ij} v_j}{\sum_{j=1}^m v_j}$$

- p_i vážené skóre i -teho žiaka
 p_{ij} percentuálna relatívna úspešnosť
 riešenia j -tej úlohy i -tým žiakom
 v_j váha j -tej úlohy
 m počet úloh didaktického testu

(V2) Vážené skóre testu

Váha jednotlivých úloh je uvedená v rámci tabuľky 7.4.

Reprezentáciou výsledkov didaktického testu v rámci experimentálnej a kontrolnej triedy je aritmetický priemer skóre didaktického testu:

$$\bar{p} = \frac{\sum_{i=1}^n p_i}{n}$$

- \bar{p} aritmetický priemer skóre didaktického
 testu
 p_i vážené skóre i -teho žiaka
 n počet riešiteľov didaktického testu

(V3) Priemerné skóre testu

Na určenie priemeru hodnôt pri ich spracúvaní je výhodné použiť program MICROSOFT EXCEL a v ňom zabudovanú funkciu AVERAGE. Jej argumentom sú hodnoty údajov, výstupom je ich aritmetický priemer.

Okrem hodnoty aritmetického priemeru skóre je dôležitou charakteristikou i rozloženie skóre didaktického testu jednotlivých žiakov. Pre posúdenie rozloženia skóre určíme smerodajnú odchýlku skóre pre obe triedy. Vychádzame zo vzťahu:

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (p_i - \bar{p})^2}{n}$$

- s smerodajná odchýlka (pre s^2 sa
 používa názov rozptyl)
 p_i vážené skóre i -teho žiaka
 \bar{p} aritmetický priemer skóre
 didaktického testu
 n počet riešiteľov didaktického testu

(V4) Smerodajná odchýlka testu

Smerodajná odchýlka je druhou odmocninou rozptylu. Čím väčšia je smerodajná odchýlka, tým viac sú skóre žiakov rozptýlené okolo aritmetického priemeru skóre didaktického testu pre danú triedu.

Pri výpočte smerodajnej odchýlky sme použili v programe MICROSOFT EXCEL funkciu STDEVP. Jej argumentom je pole údajov, výstupom je ich smerodajná odchýlka.

Na posúdenie veľkosti smerodajnej odchýlky vzhľadom k priemeru sa zavádza veličina variačný koeficient:

$$V = \frac{s}{\bar{p}} \cdot 100\%$$

V variačný koeficient
s smerodajná odchýlka skóre didaktického testu
 \bar{p} aritmetický priemer skóre didaktického testu

(V5) Variačný koeficient testu

Variačný koeficient udáva mieru kolísania skóre didaktického testu okolo aritmetického priemeru skóre. V prípade ak $V > 50\%$, súbor je taký nesúrodý, že ho aritmetický priemer nemôže reprezentovať. Potom sa namiesto aritmetického priemeru udáva medián. Medián je hodnota skóre, ktorá rozdeľuje usporiadaný súbor skóre didaktického testu danej triedy na dve polovice.

Pri jeho určovaní usporiadame vážené skóre jednotlivých žiakov od najväčšieho po najmenšie. Mediánom bude hodnota skóre žiaka, rozdeľujúca daný zoznam na dve polovice. Na jej určenie pre údaje v tabuľke možno použiť funkciu programu MICROSOFT EXCEL s názvom MEDIAN. Jej argumentom je pole údajov. Výstupom je hodnota mediánu tohto súboru.

Medzi dôležité charakteristiky didaktického testu patrí jeho validita a reliabilita.

Validitou sa rozumie miera, do akej didaktický test meria to, čo merať má. Poznáme obsahovú validitu a kritériovú validitu.

Didaktický test s dobrou obsahovou validitou rovnomerne pokrýva učivo, ktoré má byť jeho náplňou. To znamená, že ak sa napr. 20% rozsahu učiva počítali úlohy istého typu, tieto úlohy by mali tvoriť i 20% z úloh výstupného testu po prebraní daného učiva. Pre náš didaktický test sme obsahovú validitu zabezpečili spôsobom zostrojovania testu. Pri výbere úloh sme vychádzali zo špecifickej tabuľky pre dané učivo (tabuľka 7.2). Táto tabuľka obsahuje počet hodín venovaných na preberanie jednotlivých častí učiva, čo umožňuje určiť podiel týchto častí v rámci úloh didaktického testu.

Kritériová validita je mierou korelácie medzi výsledkami didaktického testu a iným akceptovaným kritériom vedomostí žiakov. V prípade ohodnotenia didaktického testu známami je možné vypočítať koreláciu medzi známami z testu a známami z predmetu matematika na polročnom vysvedčení.

Použijeme pri tom Pearsonov koeficient korelácie:

$$r = \frac{n \sum x_i y_i - \sum x_i \sum y_i}{\sqrt{\left\{ n \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2 \right\} \left\{ n \sum y_i^2 - (\sum y_i)^2 \right\}}}$$

- n počet riešiteľov testu
- x_i známka i -teho žiaka z testu
- y_i známka z matematiky na polročnom vysvedčení i -teho žiaka

(V6) Pearsonov koeficient korelácie

Hodnoty Pearsonovho koeficientu sú čísla z intervalu $\langle -1, 1 \rangle$. Čím viac sa absolútna hodnota r blíži k jednotke, tým väčšia je kritériová validita nášho didaktického testu.

Pri výpočte Pearsonovho koeficientu môžeme použiť program MICROSOFT EXCEL. Hodnotu Pearsonovho koeficientu určujeme prostredníctvom funkcie PEARSON. Argumentom je pole údajov 1 a pole údajov 2. Výstupom je hodnota Pearsonovho koeficientu korelácie medzi týmito poľami údajov.

Reliabilita didaktického testu je ukazovateľom presnosti a spoľahlivosti didaktického testu. Test je reliabilný, ak by pri viacerých meraniach na rovnakej vzorke dával štatisticky rovnaké výsledky. V praxi sa reliabilita testu určuje výpočtom. Pre náš didaktický test sa na určenie reliability hodí Cronbachov vzťah (Tento vzťah je určený pre didaktické testy skórované zložene – takým je i náš didaktický test.):

$$r = \frac{m}{m-1} \cdot \left(1 - \frac{\sum_{j=1}^m s_j^2}{s^2} \right)$$

r koeficient reliability
 m počet úloh didaktického testu
 s^2 rozptyl skóre testu
 s_j^2 rozptyl skóre j -tej úlohy testu

(V7) Cronbachov vzťah na určenie reliability testu

V uvedenom vzorci použijeme hodnoty rozptylu váženého skóre testu, resp. váženého skóre j -tej úlohy.

Pre hodnotu reliability blížiacu sa k jednej možno test považovať za presný a spoľahlivý. Ak je hodnota koeficientu reliability nízka, výsledky testu sú nespoľahlivé – nemožno ich použiť pre klasifikáciu ani pre výskumné účely.

7.2 DOTAZNÍK ZISŤUJÚCI POSTOJE ŽIAKOV

Dotazník patrí k základným nástrojom zisťovania afektívnych činiteľov. Overujú sa ním postoje žiakov k učivu, resp. predmetu. Používa sa tiež na prieskum sebahodnotenia vlastných vedomostí žiakov, resp. ich sebadôvery vo vlastné schopnosti. Je vhodný tiež na skúmanie názorov žiakov na užitočnosť daného predmetu, či učiva pre ich budúce uplatnenie a tiež zistenie ich motivácie k štúdiu. Zisťujú sa ním tiež názory a postoje žiakov k priebehu vyučovacej hodiny alebo inak vymedzeného úseku vyučovania. Tieto všetky afektívne činitele sú významné v rámci rezultatívneho faktora efektívnosti vyučovacej metódy a subjektívnych zážitkových charakteristík žiakov, preto je dotazník dôležitým nástrojom vo výskume efektívnosti vyučovacích metód.

V nasledujúcom texte opäť uvádzame kurzívou postup konštrukcie, administrácie a vyhodnocovania dotazníka slúžiaceho na zisťovanie postojov žiakov k matematike a k priebehu jej vyučovania, ktorý sme použili v rámci nášho výskumu (Vankúš, 2005; Vankúš, 2006; Vankúš, 2007; Vankúš, 2015; Vankúš a Ochodničanová, 2015). Veríme, že tento príklad bude užitočnou ilustráciou, ktorá pomôže pri konštrukcii dotazníka ako výskumného nástroja v rámci rozmanitých výskumných kontextov.

Na overovanie postojov žiakov k predmetu matematika a k priebehu vyučovania matematiky sme použili dotazník. Výber tejto výskumnej metódy bol daný jednak charakterom získavaných informácií – jednalo sa o subjektívne názory žiakov, jednak veľkosťou výberového súboru.

Nami použitý dotazník (tabuľka 7.5) sme vytvorili na základe predlohy z diela R. F. Magera zaoberajúceho sa zisťovaním postojov žiakov (Mager, 1971).

V úvodnej časti dotazníka je žiakom vysvetlený jeho účel. Ďalej je tu uvedená prosba o úprimné odpovede a zdôraznenie anonymity odpovedí.

Tieto informácie, ako aj spôsob vyplňovania dotazníka, sme žiakom podali tiež ústne priamo pred samotným vyplňovaním.

Prvá otázka dotazníka má formu poloootvorenej položky. Zisťuje obľúbené školské predmety žiakov. Účelom danej otázky je určiť, pre aký počet žiakov matematika predstavuje obľúbený predmet. Ak žiak označí v tejto otázke predmet matematika, možno predpokladať, že jeho postoj k tomuto predmetu, resp. k priebehu jeho vyučovania je kladný.

Druhá otázka dotazníka má formu položky s výberom odpovede. Jej cieľom je určiť stupeň atraktivity predmetu matematika pre žiaka.

Tretia otázka má typ Thurstoneovej postojovej škály, t.j. predstavuje rad samostatných výrokov. Tieto vyjadrujú rôznu polaritu postojov žiakov k matematike.

Štvrtá otázka zisťuje, ktoré metódy práce na hodinách matematiky sú pre žiakov atraktívne. Čím viac metód žiak v tejto položke uvedie, tým pozitívnejší je jeho postoj k priebehu vyučovania matematiky.

Piata a šiesta otázka zisťujú niektoré charakteristiky respondenta: jeho pohlavie a známku z matematiky na polročnom vysvedčení.

Siedma otázka skúma pocitové stanovisko žiaka k vyučovaniu predmetu matematika formou položky s výberom odpovede. Umožňuje zistiť tiež intenzitu tohto postoja.

Abý sme stanovili zmenu skúmaných faktorov, zaradili sme tento dotazník na začiatku experimentu i na jeho konci. Pred vyplňovaním dotazníka sme vždy žiakov oboznámili s účelom dotazníka a spôsobom práce s ním. Následne žiaci v neobmedzenom čase uvádzali odpovede na položky dotazníka.

Tabuľka 7.5 Použitý dotazník

Dotazník

Milí žiaci, v nasledujúcich odpovediach máte možnosť vyjadriť svoj postoj k predmetu matematika.

Dotazník je anonymný, neuvádza sa meno. Vaše odpovede budú použité ako súčasť vedeckého výskumu, prosíme Vás preto o úprimné vyjadrenie Vašich názorov.

Za vyplnenie dotazníka **veľmi pekne ďakujeme**.

V nasledujúcich otázkach prosíme **zakrúžkovať** odpoveď, s ktorou **súhlasíš**.

1) Predstav si, že by si bol(a) učiteľom/učiteľkou. Ktorý z nasledujúcich predmetov by si najradšej vyučoval(a)?

- a) Slovenský jazyk
- b) Zemepis
- c) Matematiku
- d) Fyziku
- e) Prírodopis
- f) Iný (napíš aký):

.....

2) Vyučovací predmet matematika je pre teba

- a) Veľmi zaujímavý
- b) Skôr zaujímavý
- c) Niekedy zaujímavý, niekedy nezaujímavý
- d) Skôr nezaujímavý
- e) Veľmi nezaujímavý

3) Zakrúžkuj každé slovo, ktoré vyjadruje tvoj pocit z predmetu matematika

zaujímavý	nudný	bezpečný
jednotvárny	užitočný	chladný
žartovný	neužitočný	potrebný
veľmi ťažký	veľmi ľahký	vzrušujúci
zložitý	veľmi dôležitý	jednoduchý

4) Poznáš nejakú činnosť spojenú s matematikou, ktorá sa ti páči a baví ťa? (Napríklad počítanie slovných úloh, rávanie úloh do zošita, matematické hlavolamy, matematické hry, rysovanie, zábavné slovné úlohy...)

a) Áno (Napiš akú)

.....

.....

.....

b) Nie

5) Tento dotazník vyplnía

a) dievča

b) chlapec

6) Akú známku si mal(a) na polročnom vysvedčení z matematiky?

a) 1

b) 2

c) 3

d) 4

e) 5

7) Na hodiny matematiky sa tešíš

a) vždy

b) často

c) len niekedy

d) nikdy

Za účelom štatistického vyhodnotenia dotazníka sme priradili jednotlivým odpovediam číselné hodnoty, uvedené v tabuľke 7.6.

Tabuľka 7.6 Skórovanie jednotlivých položiek dotazníka

Položka č.	Odpoveď	Počet bodov
1	ak žiak uviedol predmet matematika	2
	ak žiak neuviedol predmet matematika	0
2	2a	2
	2b	1
	2c	0
	2d	-1
	2e	-2
3	za každé slovo z množiny: zaujímavý, žartovný, užitočný, veľmi ľahký, veľmi dôležitý, potrebný, vzrušujúci, jednoduchý	
		1
	za každé slovo z množiny: jednotvárny, veľmi ťažký, zložitý, nudný, neužitočný, bezcenný, chladný	
		-1
4	za každú uvedenú činnosť	1
7	7a	2
	7b	1
	7c	-1
	7d	-2

Po vyplnení dotazníka žiakmi priradíme body jednotlivým odpovediam podľa hore uvedeného počtu bodov. Súčet dosiahnutých bodov je mierou postoja žiaka k predmetu matematika a k priebehu jej vyučovania. V prípade, že výsledné skóre je záporné, veľkosť jeho absolútnej hodnoty udáva mieru negatívneho postoja žiaka. V prípade nulového výsledného skóre žiakove postoje k predmetu matematika sú neutrálne. Kladné výsledné skóre ukazuje, že u žiaka prevládajú pozitívne postoje. Veľkosť kladného skóre je teda mierou pozitívnych postojov žiakov k predmetu matematika a k priebehu jej vyučovania. Za účelom štatistického vyhodnocovania k výslednému skóre prirátame 11 (maximálny záporný zisk bodov), aby sme pracovali len s nezápornými hodnotami skóre.

Aby sme mohli charakterizovať experimentálnu a kontrolnú triedu z hľadiska výsledkov v dotazníku, potrebujeme určiť ich štatistické parametre. Hodnotou skóre charakterizujúcou triedu bude aritmetický priemer skóre jednotlivých žiakov:

$$\bar{S} = \frac{\sum_{i=1}^n S_i}{n}$$

\bar{S} aritmetický priemer skóre pre danú triedu
 S_i skóre dotazníka i -teho žiaka
 n počet žiakov triedy
 (V8) Aritmetický priemer skóre dotazníka

Pre zistenie rozdielov medzi výsledkami skóre jednotlivých žiakov určíme smerodajnú odchýlku týchto výsledkov. Použijeme vzťah:

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (S_i - \bar{S})^2}{n}}$$

s smerodajná odchýlka
 S_i vážené skóre i -teho žiaka
 \bar{S} aritmetický priemer skóre dotazníka
 n počet žiakov vyplňujúcich dotazník
 (V9) Smerodajná odchýlka skóre dotazníka

Na posúdenie veľkosti smerodajnej odchýlky vzhľadom k priemeru použijeme ako pri didaktickom teste veličinu variačný koeficient:

$$V = \frac{s}{\bar{S}} \cdot 100\%$$

V variačný koeficient
 s smerodajná odchýlka skóre dotazníka
 \bar{S} aritmetický priemer skóre dotazníka
 (V10) Variačný koeficient dotazníka

Ak je hodnota variačného koeficientu do 50%, triedu možno charakterizovať priemernou hodnotou skóre dotazníka. V prípade, že variačný koeficient je väčší ako 50%, na charakteristiku skúmanej vzorky sa používa medián. Postup jeho určenia ako aj určenia ostatných štatistických parametrov pomocou programu EXCEL je uvedený pri opise spracovania didaktického testu.

Dotazník, rovnako ako iné výskumné nástroje, je charakteristický jeho validitou a reliabilitou.

Validita, t.j. odpoveď na otázku, či náš dotazník určuje to, čo určovať má, je daná jeho konštrukciou. Vychádzali sme pri nej z predlohy, vytvorenej odborníkom na určovanie postojov žiakov k vyučovaniu (Mager, 1971). Obdobne konštruované dotazníky boli použité aj vo výskumoch slovenských vedcov (Turek, 1984).

Reliabilitu použitého dotazníka možno určiť na základe vzťahu:

$$r = \frac{m}{m-1} \cdot \left(1 - \frac{\sum_{j=1}^m s_j^2}{s^2} \right)$$

r	koeficient reliability
m	počet položiek dotazníka
s^2	rozptyl skóre dotazníka
s_j^2	rozptyl skóre j -tej položky dotazníka

(V11) Cronbachov vzťah na určenie reliability dotazníka

Pre hodnotu reliability, ktorej absolútna hodnota je blízka jednej, možno dotazník považovať za presný a spoľahlivý.

V nasledujúcom texte predložíme iný dotazník na zisťovanie postojov žiakov k matematike a k jej vyučovaniu.

Tento dotazník sme pripravili úpravou dotazníka skonštruovaného v rámci medzinárodného výskumu, ktorého snahou bolo vytvorenie a analyzovanie nástroja na zisťovanie postojov žiakov k matematiky a k jej vyučovaniu (Andrews at all, 2011). Ako východisko bol použitý dotazník MRBQ (Mathematics Related Beliefs Questionnaire; Op 't Eynde at all, 2002; Op 't Eynde at all, 2006; Andrews at all, 2007).

Nástroj testovaný v rámci spomínaného medzinárodného výskumu bol vytvorený a odskúšaný počas viacerých fáz výskumu realizovaných na Slovensku. Konkrétne sa jednalo o tri fázy. V prvej fáze tvorili výskumnú vzorku 204 žiaci, 76 žiakov piateho ročníka primárneho vzdelávania (10–11 rokov) a 128 žiakov deviateho ročníka primárneho vzdelávania (15–16 rokov). V druhej fáze upravenú verziu dotazníka testovalo 241 žiakov deviateho ročníka primárneho vzdelávania. V tretej fáze výskumu finálnu podobu dotazníka testovalo 746 žiakov ôsmeho ročníka primárneho vzdelávania (14–15 rokov). (Vankúš a Kubicová, 2010a; Vankúš a Kubicová, 2010b; Vankúš a Kubicová, 2012).

V tabuľke 7.7 predkladáme upravenú podobu finálneho dotazníka zo spomínaného medzinárodného výskumu.

V rámci úprav sme vypustili položky pôvodného dotazníka, ktoré sa zaoberajú učebnými štýlmi žiakov, negatívnymi pocitmi žiakov na hodinách a dôležitosťou známok pre ich motiváciu k učeniu sa matematiky. Tieto položky sa ukázali ako nekorelujúce s ostatnými oblasťami dotazníka, ktoré ponecháme, preto ich vypustenie nezmení kompaktnosť výskumného nástroja (Vankúš, 2011a; Vankúš, 2011b).

Ponechali sme položky, ktoré súvisia s postojmi k matematike a tiež položky súvisiace s hodnotením dôležitosti matematiky žiakmi. Ako ďalšie sme ponechali položky týkajúce sa sebahodnotenia žiakov v oblasti ich schopností chápať matematické učivo a s tým súvisiace sebahodnotenie vlastných výkonov v matematike. Ponechali sme tiež položky týkajúce sa hodnotenia vlastného pracovného úsilia žiakmi.

Počet položiek sme oproti pôvodnému nástroju znížili, pričom pri vynechávaní sme dbali na to, aby vynechané položky korelovali silno s niektorou z ponechaných položiek, čiže kompaktnosť vytvoreného dotazníka je aj pri novej verzii s menším počtom položiek nezmenená.

Oblasť, ktoré sme ponechali, tvoria navzájom súvisiace celky, ktoré vytvárajú obraz o miere pozitívnych postojov žiakov k matematike a k jej vyučovaniu (Kadijevich, 2006; Vankúš, 2011a; Vankúš, 2011b).

Takto upravený dotazník sme používali vo výskumoch uskutočnených v rámci riešenia projektu *KEGA č. 074UK-4/2014 Efektívnosť vyučovania matematiky metódou didaktických hier* v rámci ktorého bola táto publikácia vypracovaná. Uvedený nástroj sa ukázal ako validný a na dostatočnej úrovni reliabilný. Tiež sme zistili, že výsledky získané pomocou dotazníka uvedeného v tabuľke 7.5 a dotazníka uvedeného v tabuľke 7.7 navzájom kolerujú, čiže oba nástroje je možné používať na zisťovanie postojov žiakov k matematike (Vankúš, 2015; Vankúš a Ochodničánová, 2015).

Tabuľka 7.7 Dotazník

Dotazník**Prosíme vyplniť, správne políčka označ (✓):**

1. Trieda: _____
2. Si: dievča chlapec
3. Vek: _____ rokov
4. Aké známky obyčajne dostávaš z matematiky? Napiš číslo od 1 do 5: _____
5. Znamka z matematiky na poslednom vysvedčení: _____
6. V porovnaní s ostatnými žiakmi v tvojej triede sú známky, ktoré obyčajne dostávaš:
- Vynikajúce Nadpriemerné
- Priemerné
- Podpriemerné Slabé

Pred vyplňaním dotazníka si prosím prečítaj nasledovné inštrukcie

Toto nie je test a preto neexistujú správne alebo nesprávne odpovede. Je to príležitosť, aby si prezentoval(a), čo si myslíš o matematike. Tvoje odpovede sú dôverné a budú použité len v rámci výskumu.

Je **veľmi dôležité**, aby:

- **TVOJE ODPOVEDE BOLI ÚPRIMNÉ**
- **SI ODPOVEDAL(A) NA VŠETKY OTÁZKY**

Prosím, prečítaj si každú vetu dotazníka a označ (✓) políčko, ktoré zodpovedá tvojmu názoru. Zaujímá nás práve tvoj prvý názor na vec. Preto nerozmýšľaj dlho nad odpoveďami a neporovnávaj odpovede na jednotlivé otázky. Pracuj samostatne a učiteľovi nedávaj žiadne otázky.

Otázky	Silne súhlasím	Súhlasím	Čiastočne súhlasím	Čiastočne nesúhlasím	Nesúhlasím	Silne nesúhlasím
1. Matematika je pre mňa veľmi ľahká.....						
2. V rôznych situáciách môjho života potrebujem matematiku...						
3. Do matematiky vkladám veľa úsilia.....						
4. Matematika mi pomôže nájsť si prácu.....						
5. Matematika sa mi páči.....						
6. V matematike som veľmi dobrý/dobrá.....						
7. Na matematike veľmi tvrdo pracujem.....						
8. Som si istý/istá, že dokážem porozumieť všetkému, čo sa na matematike učíme.....						
9. Z matematiky mám radosť...						
10. Matematika je pre mňa v reálnom živote užitočná.....						
11. Učiť sa matematiku je pre mňa potešenie.....						
12. V matematike sa veľmi snažím.....						
13. Som si istý/istá, že dokážem pochopiť všetko, čo preberáme na hodinách matematiky.....						
14. Matematiku mám rád.....						
15. V matematike sa pokúšam pracovať najlepšie ako viem.....						
16. Matematika zvýši moje možnosti zamestnať sa.....						
17. Zodpovedal/zodpovedala si všetky otázky? Prosím, choď na začiatok dotazníka a skontroluj, či si označil/označila odpoveď pri každej otázke. Ak si nejakú vynechal/vynechala, prosím, označ ju teraz!						
Ďakujeme!						

Ako sme spomínali, uvedený dotazník skúma viaceré oblasti postojov žiakov. Rozdelenie jednotlivých položiek dotazník podľa oblastí, ktoré zisťujú, zobrazuje tabuľka 7.8.

Tabuľka 7.8 Rozdelenie položiek dotazníka do oblastí

Oblasť	Položky
Obľuba matematiky	5. Matematika sa mi páči 9. Z matematiky mám radosť 11. Učiť sa matematiku je pre mňa potešenie 14. Matematiku mám rád
Hodnotenie dôležitosti matematiky žiakmi	2. V rôznych situáciách môjho života potrebujem matematiku 4. Matematika mi pomôže nájsť si prácu 10. Matematika je pre mňa v reálnom živote užitočná 16. Matematika zvýši moje možnosti zamestnať sa
Sebahodnotenie žiakov v oblasti ich schopnosti chápať matematické učivo a v oblasti vlastných výkonov v matematike	1. Matematika je pre mňa veľmi ľahká 6. V matematike som veľmi dobrý/dobrá 8. Som si istý/istá, že dokážem porozumieť všetkému, čo sa na matematike učíme 13. Som si istý/istá, že dokážem pochopiť všetko, čo preberáme na hodinách matematiky
Hodnotenie vlastného pracovného úsilia žiakmi	3. Do matematiky vkladám veľa úsilia 7. Na matematike veľmi tvrdo pracujem 12. V matematike sa veľmi snažím 15. V matematike sa pokúšam pracovať najlepšie ako viem

Na štatistickú analýzu výsledkov testovania pôvodnej verzie dotazníka používaného v rámci spomínanej tretej fázy výskumu na vzorke 746 žiakov ôsmeho ročníka primárneho vzdelávania bol použitý štatistický program CHIC (Cohesive Hierarchical Implicative Classification). Tento program zisťuje vzájomnú kohéziu (súdržnosť)

medzi hodnotami jednotlivých položiek, resp. súborov položiek. Uvedenú súdržnosť následne zobrazí v podobe hierarchického stromu, kde sú kohézie medzi jednotlivými položkami a súbormi navzájom súvisiacich položiek graficky znázornené. Poskytuje tiež tabuľkové zobrazenie jednotlivých kohézií (max. hodnota 1 zodpovedá najsilnejšej vzájomnej súdržnosti) (Couturier, 2008). Táto štatistická analýza ukázala nasledovné súvislosti medzi jednotlivými oblasťami (Vankúš, 2011a; Vankúš, 2011b):

- Pozitívne odpovede v oblasti *Hodnotenie dôležitosti matematiky žiakmi* sa vyskytujú v súdržnosti s pozitívnymi odpoveďami v oblasti *Oblúba matematiky*. Hodnota kohézie tu bola na veľmi silnej úrovni 0,98.

- Pozitívne odpovede v oblastiach *Hodnotenie dôležitosti matematiky žiakmi* a *Oblúba matematiky* sa vyskytujú v súdržnosti s pozitívnymi odpoveďami v oblasti *Hodnotenie vlastného pracovného úsilia žiakmi*. Hodnota kohézie bola pre tieto položky 0,93.

- Pozitívne odpovede v oblastiach *Hodnotenie dôležitosti matematiky žiakmi*, *Oblúba matematiky* a *Hodnotenie vlastného pracovného úsilia žiakmi* sa vyskytujú v súdržnosti s pozitívnymi odpoveďami v oblasti *Sebahodnotenie žiakov v oblasti ich schopnosti chápať matematické učivo a v oblasti vlastných výkonov v matematike*. Hodnota kohézie bola v tomto prípade 0,9, čo stále predstavuje pomerne silnú súdržnosť medzi súbormi uvedených položiek.

Ako ukázali predchádzajúce hodnoty súdržnosti medzi jednotlivými oblasťami pôvodného dotazníka, uvedené oblasti spolu navzájom súvisia.

Celkovo ale pri skórovaní navrhnutého dotazníka budeme vyhodnocovať každú z oblastí uvedených v tabuľke 7.8 osobitne. Ako vhodný ukazovateľ je možné použiť aritmetický priemer číselných hodnôt odpovedí na jednotlivé položky z danej oblasti, pričom odpoveďiam priradíme číselné hodnoty uvedené v tabuľke 7.9 resp. vhodným ukazovateľom je tiež súčet hodnôt v každej z jednotlivých

oblastí. Výsledným výstupom dotazníka pre konkrétneho žiaka budú teda štyri číselné hodnoty, každá pre jednu z oblastí. V rámci výskumnej vzorky budeme potom hodnotiť prislúchajúce číselné hodnoty štandardnými štatistickými postupmi, tak ako boli uvedené pri prvom dotazníku, ktorý bol v tejto kapitole spomenutý.

Tabuľka 7.9 Číselné hodnoty pre jednotlivé odpovede v položkách dotazníka uvedeného v tabuľke 7.7

Odpoveď	Silne súhlasím	Súhlasím	Čiastočne súhlasím	Čiastočne nesúhlasím	Nesúhlasím	Silne nesúhlasím
Číselná hodnota	6	5	4	3	2	1

Veríme, že výskumné nástroje uvedené v tejto kapitole budú inšpiráciou na tvorbu vhodných výskumných nástrojov použiteľných v rámci zisťovania efektívnosti stanovených vyučovacích metód.

LITERATÚRA POUŽITÁ V KAPITOLE:

- Andrews, P., Diego-Mantecón, J., Op 't Eynde, P., Sayers, J. (2007): Evaluating the sensitivity of the refined mathematics-related beliefs questionnaire to nationality, gender and age. In: European Research in Mathematics Education: Proceedings of the Fifth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education, Larnaca, University of Cyprus, 2007, 209–218.
- Andrews, P., Diego-Mantecón, J., Vankúš, P., Op 't Eynde, P., Sayers, J. (2011): Construct consistency in the assessment of students' mathematics-related beliefs: A three way cross-sectional pilot comparative study. In: Acta Didactica Universitatis Comenianae, Mathematics, 11, Bratislava, Comenius University Press, 2011, 1–25.
- Couturier, R. (2008): CHIC: Cohesive Hierarchical Implicative Classification. In: Gras, R., Suzuki, E., Guillet, F., Spagnolo, F. (Eds.), Statistical Implicative Analysis. Theory and Applications. Berlin, Springer-Verlag Berlin Heidelberg.
- Kadijevich, D. (2006): Developing trustworthy TIMSS background measures: A case study on mathematics attitude. In: Teaching of Mathematics, 9(2), 2006, 41–51.
- Mager, R. F. (1971): Rozvíjanie postojov k učeniu. Bratislava, SPN.
- Op 't Eynde, P., De Corte, E., Verschaffel, L. (2002): Framing students' mathematics-related beliefs: A quest for conceptual clarity and a comprehensive

- categorization. In: Leder, G., Pehkonen, E., Törner, G. (Eds.), *Beliefs: a hidden variable in mathematics education?*, Dordrecht, Kluwer, 2002, 13-37.
- Op 't Eynde, P., De Corte, E., Verschaffel, L. (2006): *Beliefs and metacognition: An analysis of junior high students' mathematics-related beliefs*. In: Veenman, M., Desoete, A. (Eds.), *Metacognition in mathematics education*, New York, Nova Science.
- Turek, I. (1982): *O problémovom vyučovaní*. Bratislava, SPN.
- Turek, I. (1984): *O efektívnosti vyučovania mechaniky na SPŠ*. Prešov, KPÚ.
- Turek, I. (1996): *Učiteľ a didaktické testy*. Bratislava, Metodické centrum.
- Vankúš, P. (2005): *Efficacy of teaching mathematics with method of didactical games in a-didactic situation*. In: *Quaderni di Ricerca in Didattica*, 15, Palermo, University of Palermo: G.R.I.M, 2005, 90–105.
- Vankúš, P. (2006): *Efektívnosť vyučovania matematiky metódou didaktických hier*. Dizertačná práca. Bratislava, Fakulta matematiky, fyziky a informatiky UK v Bratislave, 2006.
- Vankúš, P. (2007): *Influence of didactical games on pupils' attitudes towards mathematics and process of its teaching*. In: *European Research in Mathematics Education: Proceedings of the Fifth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education*, Larnaca, University of Cyprus, 2007, 369–378.
- Vankúš, P., Kubicová, E. (2010a): *Vplyvy učiteľa na postoje žiakov 5. a 9. ročníka ZŠ k matematike*. In: *Teaching Mathematics II: Innovation, New Trends, Research*, Ružomberok, Verbum, 2010, 199–208.
- Vankúš, P., Kubicová, E. (2010b): *Postoje žiakov 5. a 9. ročníka ZŠ k matematike*. In: *Acta Mathematica*, Vol. 13., Nitra, Univerzita Konštantína Filozofa, 2010, 277–282.
- Vankúš, P. (2011a): *Postoje žiakov k matematike a ich vplyv na jej vyučovanie*. In: *Zborník 9 Bratislavského seminára z teórie vyučovania matematiky*, Bratislava, KEC FMFI UK, 2011, 103–117.
- Vankúš, P. (2011b): *Beliefs on the Usefulness of Mathematics and Mathematics Self-beliefs as Important Factors for Mathematics Attitudes*. Poster presentation on the *Seventh Congress of the European Society for Research in Mathematics Education*, 9.–13. 2. 2011, University of Rzesów.

Vankúš, P., Kubicová, E. (2012): Attitudes of pupils and teachers as important factor for mathematics education. In: Teaching Mathematics III: Innovation, New Trends, Research. Ružomberok, Verbum, 2012, 125–135.

Vankúš, P. (2015): Development of pupils' attitudes towards mathematics. In: Mathematica V. Ružomberok, Verbum, 2015, 97–102.

Vankúš, P., Ochodničianová, I. (2015): Comparison of Two Research Tools Measuring Attitudes towards Mathematics. In: Acta Mathematica Nitriensia, 1(1), 2015, 151–155.

8 VLASTNÉ VÝSKUMY EFEKTÍVNOSTI VYUČOVANIA MATEMATIKY METÓDOU DIDAKTICKÝCH HIER

8.1 VÝSKUM REALIZOVANÝ V ROKOCH 2002–2005

Táto kapitola opisuje výskum efektívnosti vyučovania matematiky metódou didaktických hier realizovaný autorom v rokoch 2002–2005 (Vankúš, 2006a; Vankúš, 2008). Podrobne sa tu venujeme cieľom a hypotézam výskumu ako aj použitej metodológii. Ďalej uvádzame organizáciu experimentálnej časti výskumu. Následne prezentujeme výsledky výskumu.

8.1.1 Ciele a hypotézy výskumu

Cieľom nášho výskumu bolo posúdiť, či sa zaradením didaktických hier do vyučovacieho procesu v rámci matematiky zvýši jeho efektívnosť.

Východisková hypotéza:

Vyučovanie matematiky, ktorého súčasťou sú didaktické hry, je efektívnejšie ako vyučovanie bez používania hier.

Keďže východisková hypotéza je tvrdenie všeobecného charakteru, jej validácia spočíva v overení pracovných hypotéz – tvrdení ekvivalentných s východiskovou hypotézou, formulovaných v tvare overiteľnom výskumnými metódami. Vzhľadom na chápanie efektívnosti vyučovania a štandardné postupy pri jej verifikácii uvedené v kapitole 6 *Metodika zisťovania efektívnosti vyučovacích metód* sme pracovné hypotézy sformulovali nasledovne.

Pracovné hypotézy:

- H1: *Vhodnou integráciou didaktických hier do vyučovania matematiky dosiahnu žiaci na konci experimentálneho vyučovania zlepšenie postojov k predmetu matematika a k priebehu jej vyučovania.*
- H2: *Vďaka aktívnej práci žiakov v rámci didaktických hier integrovaných do vyučovania matematiky dosiahnu žiaci na konci experimentálneho vyučovania vyššiu úroveň vedomostí z prebratého učiva a lepšiu schopnosť riešiť matematické úlohy súvisiace s daným učivom ako žiaci vyučovaní bez používania hier.*

Spôsob realizácie výskumu a overenia vytýčených hypotéz je náplňou nasledujúcich kapitol.

8.1.2 Forma a organizácia výskumu

Výskum bol realizovaný formou experimentu. Skúmali sme vzťah medzi nezávisle premennou – zaradením didaktických hier do výučby a závisle

premennou – efektívnosťou vyučovania. Manipulovaním s nezávisle premennou (t. j. zaradením resp. nezaradením didaktických hier do vyučovania) sme určili jej vplyv na závisle premennú.

Predmetom výskumu bola teda efektívnosť vyučovania matematiky metódou didaktických hier. Vzhľadom na reálne časové, materiálne a realizačné obmedzenia bolo potrebné predmet výskumu zúžiť. Preto sme sa rozhodli v tejto časti nášho výskumu testovať efektívnosť vyučovania matematiky s integrovanými didaktickými hrami v rámci 5. ročníka základnej školy. Výber tohto predmetu výskumu bol daný hlavne psychologickým hľadiskom. Pre deti vo veku 10-11 rokov je hra prirodzene vhodnou a pútavou aktivitou. Samozrejme uvedené obmedzenie predmetu znižuje všeobecnosť výskumu.

Ďalšie obmedzenie sa týka rozsahu učiva. Výskum zahrňuje určovanie efektívnosti vyučovania s použitím didaktických hier v 5. ročníku ZŠ v rámci celku týkajúceho sa tematiky *obsah obrazca (obdĺžnik, štvorec)*. Výber daného celku minimálne ovplyvnil metódu výskumu. Vzhľadom na rôznorodosť obsahu daného tematického celku (premeny jednotiek, počítanie obsahov pomocou vzorcov, riešenie slovných úloh, riešenie geometrických úloh) považujeme tento tematický celok za dostatočne reprezentatívny. Umožnil nám testovať rôznorodé didaktické hry zamerané na široké spektrum matematických vedomostí, zručností a schopností. Výsledky získané v rámci daného tematického celku je možné vďaka rôznorodosti aktivít a použitých didaktických hier s dostatočnou validitou zovšeobecniť i pre iné tematické celky 5. ročníka ZŠ.

Druhým rozhodujúcim prvkom pre výskum je výberový súbor. Je zrejmé, že výskum s celým základným súborom, t. j. za účasti všetkých žiakov piateho ročníka základnej školy na Slovensku, je nemožný. Bolo nevyhnutné vybrať z daného základného súboru reprezentatívnu vzorku – výberový súbor.

Náš výskum v rokoch 2002–2005 prebiehal v dvoch fázach: v školskom roku 2002/2003 a v školskom roku 2004/2005. V rámci

experimentu sme ako výberový súbor v oboch prípadoch vybrali žiakov dvoch piatych tried ZŠ Majerníkova v Bratislave. Určenie danej školy bolo náhodné. Ako výberový súbor sme zvolili vždy po dve triedy daného ročníka ZŠ, v ktorých učil matematiku rovnaký vyučujúci, jedna tvorila experimentálnu skupinu, druhá kontrolnú skupinu.

Výber tried sme realizovali podľa nasledovných kritérií (Turek, 1998):

a) Najmenšia homogénna trieda podrobená výskumu by mala mať najmenej 25 žiakov (t. j. 25 žiakov v experimentálnej i kontrolnej triede).

b) V prípade viacerých tried daného ročníka sa experimentálna a kontrolná skupina určí nasledovne: Vo všetkých triedach daného ročníka sa vypočíta priemerný prospech žiakov z matematiky. Pomocou niektorého zo štatistických testov sa určí štatistická významnosť rozdielu medzi jednotlivými triedami.

Do experimentu sa vyberú tie dve triedy, v ktorých nie je medzi priemerným prospechom štatisticky významný rozdiel. Určenie, ktorá trieda bude experimentálna a ktorá kontrolná, sa robí náhodne.

Ak je medzi triedami štatisticky významný rozdiel, experimentálnou by mala byť tá trieda, ktorá má slabší prospech.

Opíšme náš výberový súbor podrobnejšie. V prvej fáze (školský rok 2002/2003) sme ako výberový súbor vybrali triedy 5.B a 5.C. Obe triedy učil matematiku rovnaký vyučujúci – pani RNDr. Marta Petrášová. Vyhovujúca bola tiež veľkosť daných tried: 5.B mala 25 a 5.C mala 26 žiakov. V rámci prospechu z matematiky sa dané triedy líšili: v triede 5.B bol priemerný prospech 2,68; žiaci v 5. C mali priemerný prospech 2,27.

Na základe prospechu sme preto rozhodli, že 5.B bude experimentálnou triedou. V nej sme vyučovali s integrovanými didaktickými hrami. 5.C bola kontrolná trieda, kde sa vyučovala rovnaké učivo, rovnakým vyučujúcim, ale bez hier. Vo vyhodnocovaní výsledkov výskumu je potrebné uvážiť vstupné rozdiely v úrovni tried vyjadrené rozdielmi v prospechu.

V druhej fáze výskumu (školský rok 2004/2005) tvorili výberový súbor triedy 5.C a 5.D. Obe triedy učil matematiku opäť rovnaký vyučujúci – pani Mgr. Milka Saigová. Triedy mali zhodne po 26 žiakov. Priemerný prospech z matematiky bol: v 5.C 1,96; žiaci v 5.D mali priemerný prospech 2,27.

Na základe želania vyučujúcej sme vybrali ako experimentálnu triedu 5.C, 5.D bola kontrolná trieda, kde sa analogicky s prvou fázou experimentu vyučovala rovnaké učivo, rovnakým vyučujúcim, ale bez hier. (Takýto výber tried na základe želania vyučujúcej bol možný na základe relatívne malej významnosti rozdielov priemerov oboch tried, pričom tieto rozdiely zohľadníme pri vyhodnocovaní výsledkov.)

8.1.3 Metódy výskumu

Cieľom výskumu je overenie resp. popretie východiskovej hypotézy výskumu. Za týmto účelom je potrebné verifikovať jednotlivé pracovné hypotézy výskumu uvedené v kapitole 8.1.1 *Ciele a hypotézy výskumu*.

Na overenie jednotlivých pracovných hypotéz sme použili tieto metódy:

Dotazník skúmajúci postoj žiakov k matematike a k priebehu jej vyučovania, zaradený na začiatku a na konci experimentu na overenie pracovnej hypotézy **H1**.

Didaktický test skúmajúci úroveň vedomostí a zručností žiakov z prebraného učiva matematiky na konci experimentu na overenie pracovnej hypotézy **H2**.

Na overenie pravdivosti hypotéz **H1** a **H2** bola použitá metóda **štatistickej verifikácie**.

8.1.4 Štatistická verifikácia hypotéz výskumu

Na overenie hypotéz výskumu **H1** a **H2** použijeme ich štatistickú verifikáciu. Jej podstatou je snaha ukázať, že platia uvedené vzťahy:

H1: $D_{E2} > D_{E1}$, kde D_{E1} je stredná hodnota (priemer resp. medián) skóre úvodného dotazníka v experimentálnej triede. D_{E2} je stredná hodnota skóre dotazníka zaradeného v experimentálnej triede na konci experimentu.

Táto nerovnosť je vlastne vyjadrením našej pracovnej hypotézy H1.

H1: *Vhodnou integráciou didaktických hier do vyučovania matematiky dosiahnu žiaci na konci experimentálneho vyučovania zlepšenie postojov k predmetu matematika a k priebehu jej vyučovania.*

Oproti našej hypotéze stojí tzv. nulová hypotéza (Kerlinger, 1972; Spagnolo–Čižmár, 2003). Jej vyjadrením je vzťah:

$$H1_0: D_{E2} = D_{E1}$$

Nulová hypotéza je očakávanie, že medzi nezávislou premennou v experimente a meranou závislou premennou nie je nijaký vzťah. V našom prípade je to predpoklad, že používanie didaktických hier v rámci vyučovania nemá vplyv na postoje žiakov k matematike a k priebehu jej vyučovania.

Týmto spôsobom zapíšeme i druhú pracovnú hypotézu nášho výskumu, ktorá znela:

H2: *Vďaka aktívnej práci žiakov v rámci didaktických hier integrovaných do vyučovania matematiky dosiahnu žiaci na konci experimentálneho vyučovania vyššiu úroveň vedomostí z prebratého učiva a lepšiu schopnosť riešiť matematické úlohy súvisiace s daným učivom ako žiaci vyučovaní bez používania hier.*

Zápis tejto hypotézy a k nej nulovej hypotézy:

H2: $T_E > T_K$, kde T_E je stredná hodnota skóre didaktického testu v experimentálnej triede. T_K je stredná hodnota skóre tohto testu v kontrolnej triede.

$$H2_0: T_E = T_K$$

Cieľom štatistickej verifikácie je ukázať, že dosiahnuté výsledky ukazujú štatisticky významnú odchýlku od nulových hypotéz a to smerom ku predpokladom pracovných hypotéz.

Na tento účel použijeme **t-test**. Jedná sa o parametrický test, slúžiaci na určenie štatistickej významnosti rozdielnosti stredných hodnôt dvoch súborov údajov. (Predpokladom použitia t-testu je rovnaké pravdepodobnostné rozdelenie oboch súborov, čo je pri údajoch získaných v našom experimente splnené.) Vstupnými parametrami testu sú stredné hodnoty oboch súborov údajov a smerodajné odchýlky týchto súborov. Keďže tieto hodnoty v rámci experimentu získame, zvolili sme t-test ako metódu štatistickej verifikácie.

Parametrami t-testu budú v prípade nami testovaných hypotéz nasledovné hodnoty:

Pre **H1** bude charakteristikou prvého súboru údajov stredná hodnota skóre dotazníka na začiatku experimentu v experimentálnej triede, smerodajná odchýlka týchto skóre a počet respondentov. Druhý súbor bude charakterizovaný strednou hodnotou skóre dotazníka na konci experimentu, smerodajnou odchýlkou a počtom respondentov; to všetko v rámci experimentálnej triedy.

Pre **H2** sú vstupnými údajmi vážené percentuálne skóre žiakov experimentálnej a kontrolnej triedy. Za účelom parametrickej analýzy týchto údajov pomocou t-testu je potrebné upraviť dané údaje pomocou arkussínusovej transformácie (používanej na vyrovnanie rozptylu údajov, ktoré sú vo forme percent resp. pomerov). Vzťah pre túto transformáciu je:

$$Y' = \sin^{-1} \sqrt{Y}$$

Y pôvodná hodnota skóre didaktického testu

Y' transformovaná hodnota Y

(V12) Arkussínusová transformácia

Potom pre verifikáciu hypotézy **H2** budú parametrami t-testu pre prvý súbor údajov stredná hodnota transformovaných výsledkov didaktického testu, smerodajná odchýlka týchto výsledkov a počet

riešiteľov testu v experimentálnej triede. Parametrami pre druhý súbor sú tie isté hodnoty v kontrolnej triede.

Opíšeme si teraz postup pri t -teste. Vychádzame pritom z diela F. Kerlingera *Základy výskumu chováni*, uvedený postup nájdeme tiež vo väčšine literatúry zaoberajúcej sa štatistickým vyhodnocovaním údajov. (Niekdedy sa uvedený postup nazýva *dujovvýberový t -test*, resp. *Studentov test*, resp. *Studentov t -test*. Pri uvedenom teste sa obyčajne používa *Studentovo t -rozdelenia pravdepodobnosti*. Toto pravdepodobnostné rozdelenie vychádza z normálneho Gaussovho rozdelenia, zohľadňujúc menší počet údajov.) Budeme opisovať všeobecný prípad. Aplikácia tohto postupu na naše hypotézy **H1** a **H2** je triviálna.

Majme dva súbory údajov. Charakteristikami prvého súboru je priemerná hodnota údajov (resp. medián), označíme ju M_A , ďalej je to smerodajná odchýlka týchto údajov, označíme je SD_A . Poslednou charakteristikou prvého súboru bude počet v ňom obsiahnutých údajov, N_A . Podobne charakteristikami druhého súboru bude postupne jeho stredná hodnota (priemer resp. medián), smerodajná odchýlka a počet údajov; označenie: M_B , SD_B a N_B .

Ako prvý krok v t -teste určíme hodnotu výberových chýb priemerov na základe vzťahov:

$$SE_A = \frac{SD_A}{\sqrt{N_A - 1}}$$

SE_A výberová chyba priemeru prvého súboru M_A

SD_A smerodajná odchýlka hodnôt súboru

N_A počet údajov obsiahnutých v prvom súbore

(V13a) Smerodajná výberová chyba priemeru prvého súboru

$$SE_B = \frac{SD_B}{\sqrt{N_B - 1}}$$

SE_B výberová chyba priemeru druhého súboru M_B

SD_B smerodajná odchýlka hodnôt súboru

N_B počet údajov obsiahnutých v druhom súbore

(V13b) Smerodajná výberová chyba priemeru druhého súboru

Objasníme si význam výberovej chyby priemeru. Predstavme si, že by sme náš experiment robili na veľkom počte skupín, každá má N_A žiakov. Pre každú skupinu dostaneme inú hodnotu priemeru (M_{A1}, M_{A2}, \dots). Stredná hodnota súboru týchto čiastkových priemerov je vlastne charakteristikou základného súboru (celej populácie). Výberová chyba priemeru je odhadom smerodajnej odchýlky súboru čiastkových priemerov. Hovorí nám teda o miere kolísania súboru priemerov, ak by sme robili postupne experiment pre celú populáciu.

Nás zaujíma štatistická významnosť rozdielu medzi strednou hodnotou prvého a druhého súboru. Za týmto účelom zistíme výberovú chybu rozdielov medzi priermi M_A a M_B . Vychádzame zo vzťahu:

$$SE_{A-B} = \sqrt{SE_A^2 + SE_B^2}$$

SE_{A-B} výberová chyba rozdielov medzi priermi M_A a M_B
 SE_A výberová chyba priemeru prvého súboru M_A
 SE_B výberová chyba priemeru druhého súboru M_B

(V14) Smerodajná výberová chyba rozdielov priemerov

Objasníme si zmysel výberovej chyby rozdielov medzi priermi M_A a M_B . Ak by sme urobili náš výskum pre veľký počet skupín dostaneme hodnoty priemerov $M_{A1}, M_{B1}, M_{A2}, M_{B2}, \dots$. Pre každú takúto dvojicu urobíme rozdiel priemerov ($M_{A1} - M_{B1}, M_{A2} - M_{B2}, \dots$). Výberová chyba rozdielov medzi priermi je odhadom smerodajnej odchýlky súboru týchto rozdielov urobeným pre celú populáciu. Jej hodnota udáva mieru kolísania hodnôt priemerov, ktorá je daná náhodou. To znamená, že vplyvom náhody budú hodnoty rozdielu $M_A - M_B$ kolísať o hodnotu výberovej chyby rozdielov medzi priermi M_A a M_B .

Teraz sme pripravení vykonať t-test dosiahnutých hodnôt priemerov M_A a M_B . Vypočítame nasledovný pomer:

$$t = \frac{M_A - M_B}{SE_{A-B}}$$

t hodnota t-testu
 M_A priemerná hodnota údajov prvého
 testovaného súboru
 M_B priemerná hodnota údajov druhého
 testovaného súboru
 SE_{A-B} výberová chyba rozdielov medzi
 priermi M_A a M_B

(V15) Hodnota t-testu

Hodnota t-testu udáva, o koľko násobkov smerodajnej odchýlky vybočil nameraný rozdiel medzi M_A a M_B od hypotetickej strednej hodnoty (tou je nulový rozdiel medzi priermi).

Ak by sme v oboch náhodne vybraných skupinách nevykonali žiadne experimentálne manipulácie, nemali by sme zaznamenať nijaké významné rozdiely medzi priermi M_A a M_B . Prípadné rozdiely by boli spôsobené len náhodným kolísaním a ich vybočenia by boli približne na úrovni hodnoty SE_{A-B} . Hodnota t-testu by neprekračovala jednotku.

V prípade, že hodnota t-testu je väčšia ako jedna, možno predpokladať vplyv niečoho iného ako náhody. Je to pravdepodobne vplyv experimentálnej podmienky, teda manipulácia s nezávislou premennou. (Či naozaj ide o vplyv manipulácie s touto premennou závisí od správnej realizácie experimentu.)

Hladina významnosti odchýlky medzi M_A a M_B je daná hodnotou t-testu. Pri väčšine výskumov možno vychádzať z jednoduchého pravidla:

Pri hodnote t-testu pohybujúcej sa okolo čísla 2 je rozdiel významný na hladine blízkej 0,05. Je to postačujúca významnosť pre väčšinu experimentov. Hodnoty t-testu v okolí čísla 2,7 ukazujú významnosť rozdielu na hladine blízkej 0,01. Jedná sa o štatisticky veľmi významný rozdiel medzi súbormi. Pre hodnoty t-testu v okolí čísla 3,5 a vyššie sa jedná o štatisticky veľmi vysoko významný rozdiel medzi skúmanými

súbormi. Hladina významnosti je v tomto prípade pod $0,001$. (Tieto hodnoty zodpovedajú Studentovmu rozdeleniu pre celkový počet údajov v testovaných súborov vyšší ako 50.)

Pre väčšiu presnosť posúdenia hladiny významnosti je potrebné použiť tabuľky pre dvojstranné Studentovo t-rozdelenie s príslušným stupňom voľnosti. (Počet stupňov voľnosti je daný počtom údajov v prvom súbore plus počtom údajov v druhom súbore zmenšený o počet skupín t.j. o dva. Pri našom označení je teda stupňom voľnosti $N_A + N_B - 2$.) Tieto tabuľky sú súčasťou väčšiny literatúry zaoberajúcej sa štatistickým spracovaním údajov. Hladinu významnosti prislúchajúcu hodnote t-testu možno určiť tiež pomocou programu MICROSOFT EXCEL. Použijeme funkciu TDIST. Jej argumentmi sú hodnota t-testu (v danej funkcii označená ako X), počet stupňov voľnosti a strany (Ak má argument *strany* hodnotu 1 jedná sa o jednostranné, pri hodnote 2 o obojstranné Studentovo rozdelenie. V našom výskume údaje vyhovujú obojstrannému Studentovmu rozdeleniu.).

Jednoduchým spôsobom možno určiť hodnotu t-testu pomocou programu MICROSOFT EXCEL. Služi na to funkcia TTEST. Jej argumentmi sú pole údajov jedna, pole údajov dva (teda testované súbory údajov), strany (Pri hodnote tohto argumentu rovnej 1 sa jedná o jednostranné Studentovo rozdelenie, v našom prípade treba použiť hodnotu 2, prislúchajúci obojstrannému Studentovmu rozdeleniu.) a typ (Pre hodnotu tohto argumentu 1 ide o párový t-test, kde vždy dvojice údajov z oboch súborov zodpovedajú – napr. pochádzajú od jedného respondenta. Hodnota 2 prislúcha dvojvýberovému testu s rovnakým rozptylom, v našom prípade treba použiť hodnotu argumentu 3 prislúchajúcu dvojvýberovému testu s nerovnakým rozptylom v rámci daných súborov údajov.). Výstupom funkcie TTEST je priamo hladina štatistickej významnosti rozdielu stredných hodnôt testovaných súborov.

8.1.5 Výber použitých didaktických hier

Výber didaktických hier použitých počas experimentu sme realizovali po dôkladnej analýze daného tematického celku. Podľa obsahu učiva jednotlivých tém tematického celku a na základe osnov pre daný ročník základnej školy sme stanovili edukačné ciele. Podľa týchto cieľov sme vybrali hry vyhovujúce na ich realizáciu. Použili sme pritom nami vytvorenú zbierku didaktických hier (Vankúš, 2006b; Vankúš, 2012). Pri tvorbe tejto zbierky sme čerpali z literatúry obsahujúcej didaktické hry určené na použitie v rámci vyučovania matematiky (Brincková, 1994; Burjan, Bachratý a Bachratá, 1989; Foltinová a Novotná, 1997; Horník, 1994; Houška, 1991; Ivančíková, 2002; Kárová, 1994; Kárová, 1996; Krejčová a Volfová, 1994; Mňofovská, 1994; Roth, 1980; Vankúš, 2002; Žmuráň, 1985 a i.).

Po zvážení vhodnosti hier pre realizáciu stanovených edukačných cieľov, pútavosti daných hier, formy a spôsobu ich realizácie a primeranosti pre žiakov sme vybrali hry najvhodnejšie pre zaradenie do experimentu.

8.1.6 Priebeh výskumu

Ako sme už spomínali výskum efektívnosti matematických hier sme realizovali v dvoch fázach. Prvá sa uskutočnila v školskom roku 2002/2003 od 28. apríla 2003 do 23. mája 2003. Druhá fáza výskumu prebehla v školskom roku 2004/2005 od 27. apríla 2005 do 26. mája 2005. Počas prvej fázy výskumu som počas tohto obdobia vyučoval v experimentálnej ako aj v kontrolnej triede ja. Tento postup sme zvolili jednak pre úplnú kontrolu priebehu experimentu, ďalšou príčinou bola snaha zaistiť čo najvyššiu validitu a reliabilitu experimentu (korektné oddelenie postupov v rámci experimentálnej a kontrolnej triedy). V druhej fáze experimentu sme výučbu v oboch triedach prenechali vyučujúcej, my sme sa postarali o integráciu didaktických hier do

vyučovacieho procesu. Týmto spôsobom sme dosiahli jednak maximálnu prirodzenosť vyučovacieho procesu počas experimentu, overili sme tiež vhodnosť použitých hier v oproti prvej fáze mierne odlišných spôsoboch výučby. Výučba v druhej fáze sa ale vzhľadom na používanie rovnakej učebnice a porovnateľnej metodike výučby líši len nepatrne. Použité didaktické hry, ich začlenenie do učiva, ako aj ich priebeh a obsah boli v oboch fázach výskumu totožné. Totožné boli aj náhradné aktivity slúžiace namiesto hier v rámci kontrolnej triedy.

Pri preberaní učiva sme v oboch fázach výskumu vychádzali z osnov pre 5. ročník ZŠ platných v danom období a z používanej učebnice *Matematika pre 5. ročník základných škôl. 2. časť. Bratislava, SPN 1998* od O. Šedivého a M. Malperovej.

Pri samotnom experimente bolo v experimentálnej i kontrolnej triede učivo preberané v rovnakom časovom i obsahovom slede. Postup v experimentálnej triede sa líšil tým, že isté aktivity prebiehajúce v kontrolnej triede štandardným spôsobom sme realizovali s použitím didaktických hier. Samotné výskumné pôsobenie trvalo 17 vyučovacích hodín v rámci preberania učiva témy *Obsah obrazca, obdĺžnik, štvorec*. Prvá a druhá hodina boli venované určovaniu obsahu obrazca v štvorcovej sieti, na konci druhej hodiny bola integrovaná didaktická hra **Kruhy** (20 min.). Tretia, štvrtá a piata vyučovacia hodina boli venované jednotkám obsahu a ich premene. Na konci piatej vyučovacej hodiny bola zaradená hra **Domino** (15 min.). Šiesta a siedma hodina boli venované obsahu obdĺžnika a ôsma a deviata hodina obsahu štvorca. Precvičovaniu používania vzťahov na výpočty obsahov a obvodov obdĺžnika a štvorca bola venovaná desiatu vyučovacia hodina, počas tejto celej hodiny bola realizovaná hra **Šifrovaná** (35 min.). Jedenásta až štrnásť vyučovacia hodina boli venované slovným úlohám na výpočty obvodov a obsahov obrazcov zložených zo štvorcov a obdĺžnikov. Na záver štrnásť vyučovacej hodiny bola daná tematika precvičená v rámci hry **Športka** (20 min.) Pätnásť hodina bola venovaná opakovaniu učiva z daného tematického celku. Na

šestnásť vyučovacej hodine žiaci riešili didaktický test, ktorý sme zostavili na stanovenie ich vedomostí z preberaného učiva. Sedemnásť vyučovacia hodina slúžila na vyhodnotenie daného didaktického testu, administrovanie dotazníka na určenie postojov žiakov k matematike a tiež na vyhodnotenie práce žiakov v jednotlivých hrách. Žiaci za prácu v hrách získavali bonusové body, v rámci vyhodnotenia na sedemnásť vyučovacej hodine päť žiakov z triedy z najväčším počtom bodov získalo jednotku za aktivitu. Podrobnejší opis pravidiel používaných didaktických hier nájde čitateľ v našej publikácii *Didaktické hry v matematike* (Vankúš, 2012) resp. sú uvedené tiež v rámci učebných materiálov (Vankúš, 2016), ktoré boli, tak ako táto publikácia, vytvorené počas riešenia projektu KEGA č. 074UK-4/2014 *Efektívnosť vyučovania matematiky metódou didaktických hier*.

8.1.7 Výsledky výskumu

V tejto kapitole uvedieme výsledky realizovaných experimentov. Na základe týchto údajov sa pokúsime verifikovať jednotlivé pracovné hypotézy. Týmto overíme resp. poprieme pravdivosť východiskovej hypotézy výskumu, čo je cieľom výskumu.

Výsledky na overenie hypotézy H1

Pripomenieme si prvú pracovnú hypotézu nášho výskumu.

H1: *Vhodnou integráciou didaktických hier do vyučovania matematiky dosiahnu žiaci na konci experimentálneho vyučovania zlepšenie postojov k predmetu matematika a k priebehu jej vyučovania.*

Na overenie tejto hypotézy sme použili dotazník skúmajúci postoj žiakov k vyučovaniu matematiky (tabuľka 7.5). Tento dotazník sme zaradili na začiatku a na konci experimentálneho vyučovania, aby bolo možné porovnávať vývoj postojov žiakov k vyučovaniu predmetu matematika a to v experimentálnej i v kontrolnej triede. Podrobnejšie

informácie o použitom dotazníku sú v kapitole 7.2 *Dotazník zisťujúci postoje žiakov*. Teraz si uvedieme prehľad získaných výsledkov.

Dosiahnuté hodnoty:

Experimentálna trieda:

I. fáza výskumu

II. fáza výskumu

Aritmetický priemer skóre: 1,04 Aritmetický priemer skóre: 6,58

Smerodajná odchýlka: 4,34 Smerodajná odchýlka: 4,33

Kontrolná trieda:

I. fáza výskumu

II. fáza výskumu

Aritmetický priemer skóre: 2,42 Aritmetický priemer skóre: 5,72

Smerodajná odchýlka: 5,06 Smerodajná odchýlka: 4,33

Na základe veľkosti smerodajných odchýlok vidíme, že vo všetkých prípadoch ide o značne nesúrodé súbory. Ak určíme hodnotu variačného koeficientu (**V10**) dostaneme v prvej fáze výskumu pre experimentálnu triedu hodnotu 417% a pre kontrolnú triedu hodnotu 209%. V druhej fáze je to 66% pre experimentálnu a 76% pre kontrolnú triedu. Keďže veľkosť variačného koeficientu prevyšuje 50%, na charakteristiku tried nemožno použiť aritmetický priemer skóre dotazníka. Namiesto neho použijeme medián. Číselnými charakteristikami výsledkov dotazníka zaradeného na začiatku experimentu sú potom hodnoty:

Experimentálna trieda:

I. fáza výskumu

II. fáza výskumu

Medián: 1

Medián: 6

Smerodajná odchýlka: 4,34

Smerodajná odchýlka: 4,33

Kontrolná trieda:

I. fáza výskumu

II. fáza výskumu

Medián: 4

Medián: 7

Smerodajná odchýlka: 5,06

Smerodajná odchýlka: 4,33

Náš dotazník sme konštruovali na základe už v praxi odskúšaných predlôh. Preto predpokladáme jeho validitu. Na určenie jeho reliability použijeme vzťah **V11**. Vypočítané koeficienty reliability dotazníka sú:

Experimentálna trieda:*I. fáza výskumu* $r = 0,72$ *II. fáza výskumu* $r = 0,69$ **Kontrolná trieda:***I. fáza výskumu* $r = 0,71$ *II. fáza výskumu* $r = 0,64$

Uvedené hodnoty ukazujú, že výsledky dosiahnuté v úvodnom dotazníku sú dostatočne presné a spoľahlivé.

Dosiahnuté hodnoty:

Experimentálna trieda:*I. fáza výskumu*

Aritmetický priemer skóre: 2,86

Smerodajná odchýlka: 4,98

II. fáza výskumu

Aritmetický priemer skóre: 7,76

Smerodajná odchýlka: 3,95

Kontrolná trieda:*I. fáza výskumu*

Aritmetický priemer skóre: 4,39

Smerodajná odchýlka: 5,06

II. fáza výskumu

Aritmetický priemer skóre: 5,00

Smerodajná odchýlka: 3,64

Za účelom posúdenia rozptylu skóre okolo hodnoty aritmetického priemeru určíme opäť variačný koeficient (**V10**). V prvej fáze výskumu má pre experimentálnu triedu hodnotu 174% a pre kontrolnú triedu 115%. V druhej fáze je pre experimentálnu triedu 51% a pre kontrolnú triedu 73%. Kvôli takýmto veľkým fluktuáciám musíme triedy namiesto aritmetického priemeru charakterizovať týmito hodnotami mediánov:

Experimentálna trieda:*I. fáza výskumu*

Medián: 3

Smerodajná odchýlka: 4,98

II. fáza výskumu

Medián: 8

Smerodajná odchýlka: 3,95

Kontrolná trieda:*I. fáza výskumu*

Medián: 3

Smerodajná odchýlka: 5,06

II. fáza výskumu

Medián: 5

Smerodajná odchýlka: 3,64

Aj presnosť a spoľahlivosť dotazníka zaradeného na konci experimentu možno overiť pomocou vzťahu **V11**. Vypočítané koeficienty reliability sú:

Experimentálna trieda:

I. fáza výskumu

$r = 0,63$

II. fáza výskumu

$r = 0,65$

Kontrolná trieda:

I. fáza výskumu

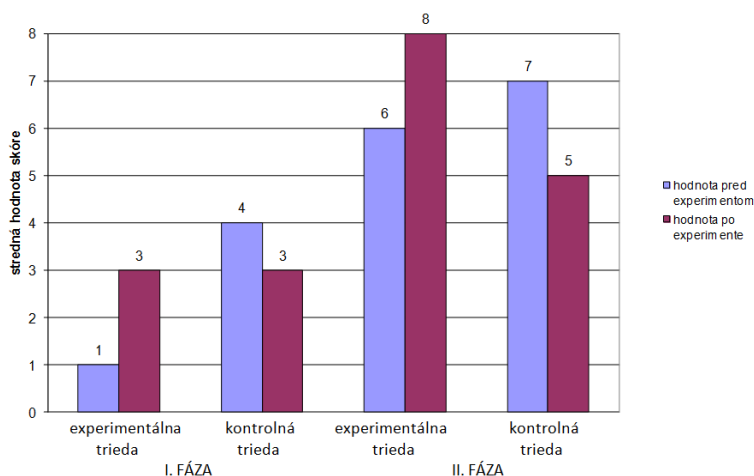
$r = 0,77$

II. fáza výskumu

$r = 0,57$

Na základe uvedených hodnôt koeficientov reliability možno považovať náš dotazník za spoľahlivý na dostatočne vysokej úrovni. (Za hranicu reliability po ktorú možno považovať dotazník za vhodný pre použitie v rámci jednorazových výskumov sa považuje hodnota $r = 0,6$. Priemerná hodnota koeficientu reliability nášho dotazníka za obidve fázy výskumu je $r = 0,67$.)

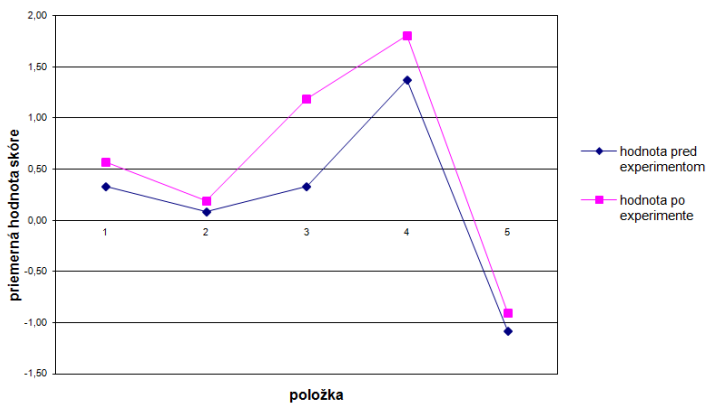
Názorné zobrazenie strednej hodnoty skóre dotazníka v experimentálnej a kontrolnej triede v prvej a druhej fáze výskumu predstavuje nasledovný graf.



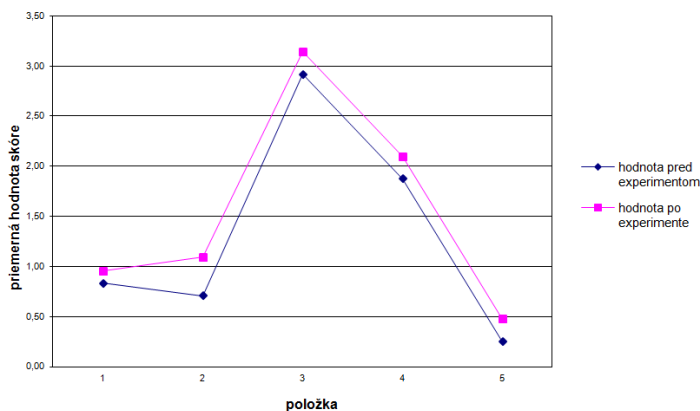
obrázok 8.1 Porovnanie strednej hodnoty skóre dotazníka

Graf na obrázku 8.1 nám ilustruje, že v prvej aj druhej fáze výskumu došlo k nárastu strednej hodnoty skóre dotazníka v experimentálnej triede. V kontrolnej triede sme naopak zaznamenali v oboch fázach výskumu pokles tejto hodnoty.

Ilustráciu zmien priemernej hodnoty skóre pred experimentom a po experimente v jednotlivých položkách dotazníka v experimentálnej triede predstavujú nasledovné grafy.



obrázok 8.2 Porovnanie strednej hodnoty skóre jednotlivých položiek dotazníka; experimentálna trieda, I. fáza výskumu



obrázok 8.3 Porovnanie strednej hodnoty skóre jednotlivých položiek dotazníka; experimentálna trieda, II. fáza výskumu

Z grafov na obrázkoch 8.2 a 8.3 vidíme, že pri porovnaní situácie pred experimentom a po experimente došlo v experimentálnej triede k nárastu strednej hodnoty skóre vo všetkých položkách dotazníka.

Výsledky na overenie hypotézy H2

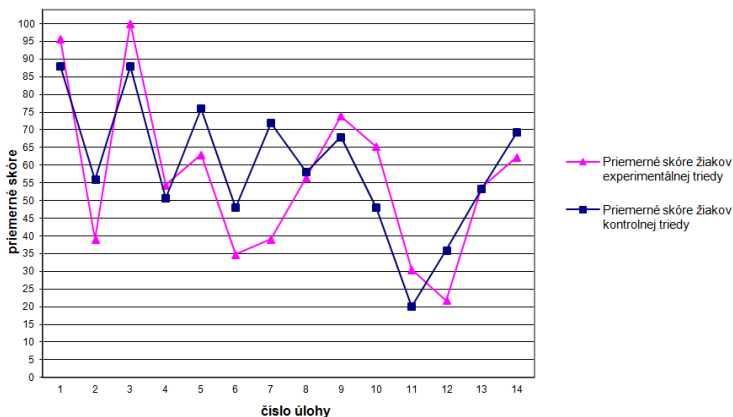
Druhá pracovná hypotéza nášho výskumu bola:

H2: Vďaka aktívnej práci žiakov v rámci didaktických hier integrovaných do vyučovania matematiky dosiahnu žiaci na konci experimentálneho vyučovania vyššiu úroveň vedomostí z prebratého učiva a lepšiu schopnosť riešiť matematické úlohy súvisiace s daným učivom ako žiaci vyučovaní bez používania hier.

Za účelom overenie tejto hypotézy sme na konci experimentálneho vyučovania zaradili didaktický test skúmajúci úroveň vedomostí žiakov z učiva prebratého počas experimentu. Podrobnejšie informácie o tomto teste, spôsobe jeho vyhodnocovania a štatistickej analýze výsledkov sú v kapitole 7.1 *Didaktický test*. Teraz si uvedieme výsledky daného testu dosiahnuté v experimentálnej a kontrolnej triede v rámci prvej a druhej fázy výskumu.

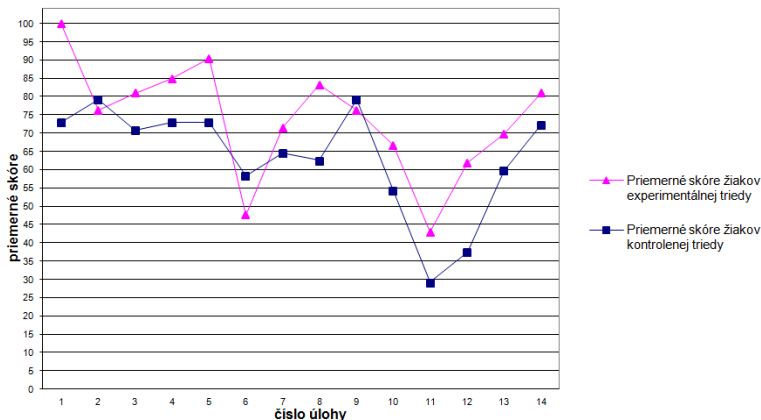
Názorné zobrazenie priemerných hodnôt relatívneho skóre jednotlivých úloh, dosiahnutých žiakmi v rámci tried, predstavujú nasledovné grafy.

Z grafu na obrázku 8.4 vidíme, že žiaci experimentálnej triedy dosiahli lepšie priemerné skóre v rámci úloh didaktického testu č. 1, 3, 4, 9, 10 a 11. Nepatrné rozdiely boli v priemernom skóre žiakov kontrolnej a experimentálnej triedy v úlohe č. 13. Žiaci kontrolnej triedy dosiahli lepšie priemerné skóre v rámci úloh č. 2, 5, 6, 7, 8, 12 a 14.



obrázok 8.4 Porovnanie priemernej hodnoty skóre jednotlivých úloh didaktického testu, I. fáza výskumu

Z obrázku 8.5 vidíme, že v druhej fáze experimentu dosiahli žiaci experimentálnej triedy lepšie priemerné skóre v úlohách didaktického testu č. 1, 3, 4, 7, 8, 10, 11, 12, 13 a 14. Lepšie priemerné skóre dosiahli žiaci kontrolnej triedy v úlohách č. 2, 6 a 9.



obrázok 8.5 Porovnanie priemernej hodnoty skóre jednotlivých úloh didaktického testu, II. fáza výskumu

Keď zohľadníme váhu jednotlivých úloh testu, určíme z hodnôt relatívneho–percentuálneho skóre podľa vzťahu **V2** vážené skóre každého žiaka. Štatistickým spracovaním hodnôt váženého skóre určíme aritmetický priemer skóre didaktického testu v experimentálnej aj v kontrolnej triede (využijeme vzťah **V3**). Aritmetický priemer spolu s hodnotou štatistickej odchýlky pre danú triedu (určenou na základe **V4**) je úplnou charakteristikou výsledkov didaktického testu. Dosiahnuté výsledky:

Experimentálna trieda:

I. fáza experimentu

Aritmetický priemer: 52,69%

Smerodajná odchýlka: 22,18%

II. fáza experimentu

Aritmetický priemer: 71,33%

Smerodajná odchýlka: 20,37%

Kontrolná trieda:

I. fáza experimentu

Aritmetický priemer: 56,36%

Smerodajná odchýlka: 23,16%

II. fáza experimentu

Aritmetický priemer: 62,21%

Smerodajná odchýlka: 27,70%

Pre všetky triedy určíme na základe **V5** variačný koeficient. V prvej fáze výskumu má pre experimentálnu triedu hodnotu 42%, v kontrolnej triede má hodnotu 41%. V druhej fáze výskumu je v experimentálnej triede variačný koeficient 29%, v kontrolnej triede je 45%. Na základe týchto čísel vidíme, že hodnoty skóre mali pomerne veľkú fluktuáciu. Keďže ale hodnota variačného koeficientu je pod 50%, na charakteristiku súboru budeme naďalej využívať hodnotu aritmetického priemeru.

Obsahová validita didaktického testu bola zabezpečená jeho konštrukciou na základe analýzy učiva a vzdelávacích cieľov. Za účelom určenia súběžnej validity testu potrebujeme priradiť celkovému skóre žiakov známky. Vychádzali sme pri tom zo stupnice používanej vyučujúcim, ktorý učí matematiku v oboch triedach. Voľba tento stupnice je daná potrebou zachovať aj pri didaktickom teste spôsob hodnotenia, ktorý viedol k stanoveniu prospechu žiakov. Len tak možno objektívne hodnotiť súběžnú validitu známok z didaktického testu

a známok z matematiky na polročnom vysvedčení. Znamky z tohto vysvedčenia berieme ako ukazovateľa prospechu žiakov z matematiky. Na základe týchto údajov určíme podľa vzorca **V6** stupeň súběžnej validity použitého didaktického testu. Jeho absolútna hodnota je v prvej fáze výskumu 0,32 pre experimentálnu triedu a 0,16 pre kontrolnú triedu. V druhej fáze výskumu má hodnotu 0,78 v experimentálnej a 0,68 v kontrolnej triede.

Pri overení reliability použitého didaktického testu budeme vychádzať z postupu uvedených v kapitole 7.1 *Didaktický test*. Vypočítame koeficient reliability pomocou Cronbachovho vzťahu (**V7**) na základe hodnôt váženého skóre žiakov (určených na základe relatívneho-percentuálneho skóre a váhy jednotlivých úloh testu). Dostaneme nasledovné hodnoty:

Experimentálna trieda:

I. fáza experimentu

$$r = 0,78$$

II. fáza experimentu

$$r = 0,75$$

Kontrolná trieda:

I. fáza experimentu

$$r = 0,79$$

II. fáza experimentu

$$r = 0,87$$

Ideálna hodnota koeficientu reliability didaktického testu je 1. To by znamenalo, že výkon žiakov v didaktickom teste neovplyvnila tréma, únava, strach, nesústredenosť, nepozornosť, vyrušovanie, odpisovanie, hádanie odpovedí, nepochopenie niektorých slov či viet, chytáky v úlohách, kvalita úloh a testovacích pokynov, časové obmedzenie, nepresnosti pri oprave didaktického testu atď. Pri reálnych testoch je hodnota reliability vždy nižšia ako 1. Pre hodnotu koeficientu reliability väčšiu ako 0,6 sa test považuje za dostatočne spoľahlivý na využitie v rámci vyučovania (Turek, 1996). Vzhľadom na hodnoty koeficientov reliability v experimentálnej a kontrolnej triede možno povedať, že nami použitý test sa ukázal ako dostatočne reliabilný.

8.1.8 Štatistická verifikácia hypotéz výskumu na základe jeho výsledkov

Na základe uvedených výsledkov dotazníka a didaktického testu sme pripravení testovať pracovné hypotézy výskumu **H1** a **H2** pomocou metódy štatistickej verifikácie. Vychádzame pritom z postupov uvedených v kapitole 8.1.4 *Štatistická verifikácia výsledkov výskumu*.

Ako prvú budeme analyzovať hypotézu **H1** na základe údajov z prvej fázy výskumu. Vychádzame pritom z týchto experimentálnych hodnôt:

1. Dotazník zaradený na začiatku experimentu v experimentálnej triede

Stredná hodnota skóre	$D_{E1} = 1$
Smerodajná odchýlka skóre	$SE1 = 4,34$
Počet respondentov	$NE1 = 24$

2. Dotazník zaradený v experimentálnej triede na konci experimentu

Stredná hodnota skóre	$D_{E2} = 3$
Smerodajná odchýlka skóre	$SE2 = 4,98$
Počet respondentov	$NE2 = 21$

Pre hodnoty D_{E1} a D_{E2} platí nerovnosť $D_{E2} > D_{E1}$, čo je vzťah vyjadrujúci našu pracovnú hypotézu **H1**. Či rozdiel medzi D_{E1} a D_{E2} je štatisticky významný a nejedná sa len o náhodu, zistíme pomocou štatistickej verifikácie. Na úvod určíme výberové chyby stredných hodnôt. Použijeme vzťahy **V13a** a **V13b**. Dostaneme hodnoty:

1. Dotazník zaradený na začiatku experimentu v experimentálnej triede

Výberová chyba	$V_{E1} = 0,90$
----------------	-----------------

2. Dotazník zaradený v experimentálnej triede na konci experimentu

Výberová chyba	$V_{E2} = 1,11$
----------------	-----------------

Na základe týchto dvoch hodnôt výberových chýb určíme výberovú chybu rozdielov medzi strednými hodnotami skóre dotazníka D_{E1} a D_{E2} . Vychádzame zo vzťahu **V14**. Ako výsledok dostaneme hodnotu výberovej chyby rozdielov medzi strednými hodnotami oboch súborov, $V_{E2-E1} = 1,43$.

Teraz máme všetky potrebné údaje na vykonanie t-testu. Jeho hodnota určená na základe vzťahu **V15**:

$$t = \frac{D_{E2} - D_{E1}}{V_{E2-E1}} = \frac{3-1}{1,43} \approx 1,39$$

Na základe hodnoty t-testu vidíme, že posun medzi skóre dotazníka na začiatku a na konci experimentu predstavuje nárast o 1,39 násobok smerodajnej odchýlky. V prípade Studentovho obojstranného rozdelenia zo stupňom voľnosti 43 to predstavuje hladinu významnosti 0,17. Teda s pravdepodobnosťou 83% sa nejedná o náhodu.

Rovnaký postup použijeme pri testovaní **H1** na základe údajov z druhej fázy výskumu. Vstupnými parametrami t-testu budú nasledovné hodnoty:

1. Dotazník zaradený na začiatku experimentu v experimentálnej triede

Stredná hodnota skóre $D_{E1} = 6$

Smerodajná odchýlka skóre $S_{E1} = 4,33$

Počet respondentov $N_{E1} = 24$

2. Dotazník zaradený v experimentálnej triede na konci experimentu

Stredná hodnota skóre dotazníka $D_{E2} = 8$

Smerodajná odchýlka skóre $S_{E2} = 3,95$

Počet respondentov $N_{E2} = 21$

Pre hodnoty D_{E1} a D_{E2} platí nerovnosť $D_{E2} > D_{E1}$, čo je vzťah vyjadrujúci našu pracovnú hypotézu **H1**. Štatistickú významnosť rozdielu medzi D_{E1} a D_{E2} určíme pomocou t-testu. Na základe vzťahov **V13a** a **V13b** určíme výberové chyby a z nich na základe vzťahu **V14**

vypočítame výberovú chybu rozdielov medzi strednými hodnotami skóre dotazníka D_{E1} a D_{E2} .

Získame nasledovné hodnoty: $V_{E1} = 0,90$; $V_{E2} = 0,88$; $V_{E2-E1} = 1,26$.

Za účelom štatistickej verifikácie vypočítame z daných údajov hodnotu t-testu na základe vzťahu **V15**:

$$t = \frac{D_{E2} - D_{E1}}{V_{E2-E1}} = \frac{8 - 6}{1,26} \approx 1,58$$

Pre daný počet stupňov voľnosti ($N_{E1} + N_{E2} - 2 = 43$) sme na základe obojstranného Studentovho t-rozdelenia verifikovali našu hypotézu na hladine významnosti $0,12$.

Teraz podrobíme analýze údaje, ktoré sme získali pri experimentálnom testovaní hypotézy **H2** v prvej fáze výskumu. Jedná sa o výsledky didaktického testu zaradeného na konci experimentálneho vyučovania v experimentálnej aj v kontrolnej triede.

Uveďme si ich:

Experimentálna trieda:

Stredná hodnota skóre: $T_E = 52,69\%$

Smerodajná odchýlka: $S_E = 22,18\%$

Počet riešiteľov testu: $N_E = 23$

Kontrolná trieda:

Stredná hodnota skóre: $T_K = 56,36\%$

Smerodajná odchýlka: $S_K = 23,16\%$

Počet riešiteľov testu: $N_K = 25$

Naša pracovná hypotéza znela, že skóre v experimentálnej triede bude na konci experimentu vyššie ako skóre v kontrolnej triede ($T_E > T_K$). Je zrejmé, že uvedené tvrdenie neplatí. Skóre žiakov v experimentálnej triede je nižšie ako skóre v kontrolnej triede. Jednou z možných príčin je úvodný náskok kontrolnej triedy – jednalo sa o triedu s lepším priemerným prospechom z matematiky. V rámci štatistickej verifikácie môžeme zistiť, nakoľko významné sú dosiahnuté rozdiely skóre. Za týmto účelom musíme vykonať arkussínusovú transformáciu skóre jednotlivých žiakov na

základe **V12**. Vstupnými parametrami štatistickej verifikácie danej hypotézy budú nasledovné hodnoty:

Experimentálna trieda:

Stredná hodnota skóre: $T'_E = 0,82$

Smerodajná odchýlka: $S'_E = 0,24$

Počet riešiteľov testu: $N_E = 23$

Kontrolná trieda:

Stredná hodnota skóre: $T'_K = 0,86$

Smerodajná odchýlka: $S'_K = 0,26$

Počet riešiteľov testu: $N_K = 25$

Ako prvý krok t-testu určíme z hore uvedených hodnôt výberové chyby pre experimentálnu aj kontrolnú triedu, na základe vzťahov

V13a, V13b. Vypočítané hodnoty sú:

Pre experimentálnu triedu je výberová chyba: $V_E = 0,051$

V kontrolnej triede má výberová chyba hodnotu: $V_K = 0,053$

Následne určíme výberovú chybu rozdielov stredných hodnôt skóre experimentálnej a kontrolnej triedy. Počítame na základe vzťahu **V14**.

Dostaneme hodnotu $V_{K-E} = 0,074$.

Prikróčíme k výpočtu hodnoty t-testu:

$$t = \frac{T'_K - T'_E}{V_{K-E}} = \frac{0,86 - 0,82}{0,074} \approx 0,54$$

Na základe t-testu možno povedať, že rozdiely medzi triedami nie sú štatisticky významné. (Pri počte stupňov voľnosti $N_E + N_K - 2 = 46$ je hladina významnosti prislúchajúca danej hodnote t-testu 0,59).

Teraz podrobíme štatistickej verifikácii údaje získané v rámci didaktického testu počas druhej fázy výskumu. Vychádzame pritom z týchto hodnôt:

Experimentálna trieda:

Stredná hodnota skóre: $T_E = 71,33\%$

Smerodajná odchýlka: $S_E = 20,37\%$

Počet riešiteľov testu: $N_E = 21$

Kontrolná trieda:

Stredná hodnota skóre: $T_K = 62,21\%$

Smerodajná odchýlka: $S_K = 27,70\%$

Počet riešiteľov testu: $N_K = 24$

Vidíme, že platí nerovnosť $T_E > T_K$, čo je vyjadrením našej hypotézy **H2**. Štatistickú významnosť rozdielu medzi T_E a T_K určíme opäť t-testom. Vychádzame pritom z hodnôt skóre didaktického testu upravených arkussínusovou transformáciou:

Experimentálna trieda:

Stredná hodnota skóre: $T'_E = 1,034$

Smerodajná odchýlka: $S'_E = 0,24$

Počet riešiteľov testu: $N_E = 21$

Kontrolná trieda:

Stredná hodnota skóre: $T'_K = 0,94$

Smerodajná odchýlka: $S'_K = 0,34$

Počet riešiteľov testu: $N_K = 24$

Z uvedených hodnôt na základe vzťahov **V13a** a **V13b** určíme výberové chyby a z nich na základe vzťahu **V14** vypočítame výberovú chybu rozdielov medzi strednými hodnotami skóre didaktického testu. Získame tieto hodnoty:

Výberová chyba experimentálnej triedy: $V_E = 0,054$

Výberová chyba kontrolnej triedy: $V_K = 0,071$

Výberová chyba rozdielov priemerov: $V_{E-K} = 0,089$

Pomocou vzťahu **V15** teraz určíme hodnotu t-testu:

$$t = \frac{T'_E - T'_K}{V_{E-K}} = \frac{1,034 - 0,94}{0,089} \approx 1,056$$

Podľa Studentovho t-rozdelenia pre stupeň voľnosti 43 ($N_E + N_K - 2$) zodpovedá danej hodnote t-testu hladina významnosti 0,30.

8.2 VÝSKUM REALIZOVANÝ V ROKOCH 2015–2016

V rámci výskumu realizovaného v priebehu riešenia projektu KEGA č. 074UK-4/2014 *Efektívnosť vyučovania matematiky metódou didaktických hier* sme sa zamerali na zisťovanie vplyvu používania didaktických hier na postoje žiakov k matematike, keďže v súlade s výsledkami nášho výskumu opísaného v predošlých kapitolách v tejto oblasti je potenciál používania didaktických hier mimoriadne vysoký. Cieľom nášho výskumu bolo potom overiť, či aj pri dlhodobom používaní didaktických hier naozaj dôjde k zlepšeniu postojov žiakov používajúcich tieto hry v porovnaní so žiakmi, ktorí ich nevyužívajú. Hypotézou výskumu teda bola:

H1: Vhodnou integráciou didaktických hier do vyučovania matematiky dosiahnu žiaci na konci experimentálneho vyučovania zlepšenie postojov k predmetu matematika a k priebehu jej vyučovania.

Uvedenú hypotézu sme testovali na vzorke žiakov druhého stupňa sekundárneho vzdelávania vo veku 15–19 rokov. Experimentálna skupina bola tvorená žiakmi šiesteho ročníka (šk.r. 2015/2016, resp. tí istí žiaci v siedmom ročníku, šk.r. 2016/2017), zvyšné triedy tvorili kontrolnú skupinu. Žiaci z experimentálnej skupiny celý rok používali didaktické hry vo vyučovaní matematiky. Následne sme porovnávali zmenu ich postojov k matematike so zmenou postojov žiakov, ktorí

didaktické hry nepoužívali. Výskumným nástrojom bol dotazník na zisťovanie postojov žiakov k matematike, uvedený v tabuľke 7.7 tejto publikácie.

Pripomenieme si, že sa jedná o nástroj, ktorý sme vytvorili na základe výstupov výskumov, na časti ktorých sme participovali (De Corte a Op 't Eynde, 2002; Op 't Eynde a De Corte, 2003; Andrews at all, 2007, 2008, 2011). Dotazník má 16 položiek typu 6 stupňovej Likertovej stupnice. Jednotlivé stupne boli: silne súhlasím, súhlasím, čiastočne súhlasím, čiastočne nesúhlasím, nesúhlasím, silne nesúhlasím. Položky dotazníka skúmali štyri oblasti postojov žiakov k matematike, pričom každá oblasť bola zastúpená štyrma položkami dotazníka. Jednotlivé oblasti boli: *obľuba matematiky*, *hodnotenie dôležitosti matematiky žiakmi*, *sebahodnotenie žiakov v oblasti ich schopnosti chápať matematické učivo a v oblasti vlastných výkonov v matematike*, *hodnotenie vlastného pracovného úsilia žiakmi*. Konkrétne položky dotazníka rozdelené podľa uvedených oblastí nájde čitateľ v tabuľke 7.8. Podrobnejší opis tohto výskumného nástroja nájde čitateľ v publikácii (Vankúš, 2014).

Dotazník bol administrovaný na začiatku experimentálneho pôsobenia (apríl 2015) a následne o rok na to (február 2016). Jednotlivým odpovediam boli priradené hodnoty v rozmedzí 1-6 bodov. 6 bodov bola hodnota najpozitívnejšej odpovede (silne súhlasím), 1 bod hodnota najnegatívnejšej odpovede (silne nesúhlasím). Pozitívne odpovede indikovali pozitívne postoje k matematike. Za účelom ďalšej analýzy získaných údajov sme pre každého žiaka určili výsledný súčet bodov v každej zo štyroch oblastí dotazníka. Získané údaje sme podrobili testu normality Shapiro-Wilk. Výsledky sú v nasledujúcich tabuľkách 8.1 a 8.2.

Tabuľka 8.1 Výsledky dotazníka 2015

Ročník / počet žiakov	5. <i>n</i> = 43	6. <i>n</i> = 25	7. <i>n</i> = 26	8. <i>n</i> = 37
Obľúba matematiky				
Priemer	17,35	15,32	12,04	13,00
Štandardná odchýlka	4,64	3,50	5,81	5,02
Test normality, W; $p < 0.10$	0,95 <i>not normal</i>	0,94 <i>normal</i>	0,90 <i>not normal</i>	0,97 <i>normal</i>
Hodnotenie dôležitosti matematiky žiakmi				
Priemer	20,86	19,36	14,54	17,51
Štandardná odchýlka	2,66	3,84	5,09	4,05
Test normality, W; $p < 0.10$	0,89 <i>not normal</i>	0,86 <i>not normal</i>	0,96 <i>normal</i>	0,96 <i>normal</i>
Sebahodnotenie žiakov v oblasti ich schopnosti chápať matematické učivo a v oblasti vlastných výkonov v matematike				
Priemer	17,65	15,00	13,04	14,54
Štandardná odchýlka	3,80	4,36	4,23	4,60
Test normality, W; $p < 0.10$	0,97 <i>normal</i>	0,96 <i>normal</i>	0,97 <i>normal</i>	0,96 <i>normal</i>
Hodnotenie vlastného pracovného úsilia žiakmi				
Priemer	19,77	18,04	15,58	15,03
Štandardná odchýlka	3,25	2,98	4,71	4,53
Test normality, W; $p < 0.10$	0,92 <i>not normal</i>	0,95 <i>normal</i>	0,96 <i>normal</i>	0,95 <i>normal</i>

Tabuľka 8.2 Výsledky dotazníka 2016

Ročník / počet žiakov	5. $n = 46$	6. $n = 29$	7. $n = 33$	8. $n = 26$
Obľuba matematiky				
Priemer	15,35	16,66	15,82	11,50
Štandardná odchýlka	4,57	4,35	4,20	4,81
Test normality, W; $p < 0.10$	0,98 <i>normal</i>	0,94 <i>normal</i>	0,98 <i>normal</i>	0,96 <i>normal</i>
Hodnotenie dôležitosti matematiky žiakmi				
Priemer	18,22	18,66	18,52	12,96
Štandardná odchýlka	4,00	4,28	3,66	5,13
Test normality, W; $p < 0.10$	0,92 <i>not normal</i>	0,93 <i>not normal</i>	0,89 <i>not normal</i>	0,96 <i>normal</i>
Sebahodnotenie žiakov v oblasti ich schopnosti chápať matematické učivo a v oblasti vlastných výkonov v matematike				
Priemer	16,87	17,03	16,58	13,00
Štandardná odchýlka	4,41	3,67	3,32	5,31
Test normality, W; $p < 0.10$	0,91 <i>not normal</i>	0,97 <i>normal</i>	0,97 <i>normal</i>	0,93 <i>not normal</i>
Hodnotenie vlastného pracovného úsilia žiakmi				
Priemer	13,11	14,31	14,45	9,27
Štandardná odchýlka	6,49	5,90	3,75	5,31
Test normality, W; $p < 0.10$	0,92 <i>not normal</i>	0,95 <i>normal</i>	0,98 <i>normal</i>	0,87 <i>not normal</i>

Aby sme mohli podrobnejšie preskúmať zmeny postojov žiakov v období 2015–2016, vypočítame rozdiel medzi priermi následných ročníkov (piataci 2015 – šiestaci 2016, šiestaci 2015 – siedmci 2016, siedmci 2015 – ôsmaci 2016). Na zistenie, či sa jedná o štatisticky významnú zmenu, použijeme U-test Mann–Whitney. Voľba tohto testu je ovplyvnená tým, že naše dáta väčšinou nie sú rozložené normálne. Výsledné rozdiely priemerov a údaje U-testu sú v tabuľke 8.3.

Tabuľka 8.3 Rozdiely medzi triedami v období 2015–2016, štatisticky významné výsledky ($p < 0,1$) sú zvýraznené

Rozdiely medzi ročníkmi	5.–6.	6.–7.	7.–8.
Obľuba matematiky			
Rozdiel priemerov	-1,00	0,82	-1,54
p (Mann-Whitney U-test)	0,23	0,5	0,26
Hodnotenie dôležitosti matematiky žiakmi			
Rozdiel priemerov	-2,21	-0,84	-1,58
p (Mann-Whitney U-test)	0,03	0,17	0,30
Sebahodnotenie žiakov v oblasti ich schopnosti chápať matematické učivo a v oblasti vlastných výkonov v matematike			
Rozdiel priemerov	-2,73	-1,46	-2,58
p (Mann-Whitney U-test)	0,00	0,07	0,10
Hodnotenie vlastného pracovného úsilia žiakmi			
Rozdiel priemerov	-3,04	-0,87	-2,77
p (Mann-Whitney U-test)	0,02	0,29	0,06

Uvedené zmeny môžeme porovnať s rozdielmi medzi ročníkmi v samotnom roku 2015, ktoré sme už analyzovali v našom článku (Vankúš, 2015) a uvádzame ich v tabuľke 8.4.

Tabuľka 8.4 Rozdiely medzi triedami v roku 2015, štatisticky významné výsledky ($p < 0,1$) sú zvyraznené

Rozdiely medzi ročníkmi	5.–6.	6.–7.	7.–8.
Obľuba matematiky			
Rozdiel priemerov	-2,03	-3,28	0,96
p (Mann-Whitney U-test)	0,06	0,09	0,58
Hodnotenie dôležitosti matematiky žiakmi			
Rozdiel priemerov	-1,50	-4,82	2,98
p (Mann-Whitney U-test)	0,20	0,00	0,02
Sebahodnotenie žiakov v oblasti ich schopnosti chápať matematické učivo a v oblasti vlastných výkonov v matematike			
Rozdiel priemerov	-2,65	-1,96	1,50
p (Mann-Whitney U-test)	0,02	0,09	0,21
Hodnotenie vlastného pracovného úsilia žiakmi			
Rozdiel priemerov	-1,73	-2,46	-0,55
p (Mann-Whitney U-test)	0,04	0,05	0,61

Za účelom posúdenia vplyvu didaktických hier na postoje žiakov sa budeme sústrediť na zmeny medzi 6. a 7. ročníkom v tabuľkách 8.3 a 8.4. Vidíme, že v tabuľke 8.3 sú údaje pozitívnejšie v porovnaní s tabuľkou 8.4, kde boli vo všetkých oblastiach postojov žiakov štatisticky významné poklesy. V tabuľke 8.3 je štatisticky významný pokles postojov žiakov len v oblasti *sebahodnotenie žiakov v oblasti ich schopnosti chápať matematické učivo a v oblasti vlastných výkonov v matematike*. Aj tento pokles je však v porovnaní s touto hodnotou z tabuľky 8.4 menší. Hodnoty zmien medzi 5. a 6. ročníkom a zmien medzi 7. a 8. ročníkom pritom nevykazujú medzi tabuľkami 8.3 a 8.4 žiadne zlepšenie, pričom v oboch tabuľkách ilustrujú zhoršovanie postojov žiakov sekundárneho vzdelávania k matematike s narastajúcim vekom, čo je v súlade s doteraz uskutočnenými výskumami danej problematiky (Ma a Kishor, 1997; Philippou a Christou, 1998; Vankúš a Kubíková, 2012)

Hodnota štatistickej významnosti rozdielov hodnôt postojov žiakov medzi 6. a 7. ročníkom vypočítaná z údajov experimentálnej a kontrolnej skupiny je uvedená v tabuľke 8.5.

Tabuľka 8.5 Rozdiely v zmenách postojov medzi 6. a 7. ročníkov v kontrolnej a experimentálnej skupine, štatisticky významné výsledky ($p < 0,1$) sú zvýraznené

Obľuba matematiky	
Rozdiel priemerných zmien	2,78
p (ANOVA F-test)	0,05
Hodnotenie dôležitosti matematiky žiakmi	
Rozdiel priemerov	3,98
p (ANOVA F-test)	0,00
Sebahodnotenie žiakov v oblasti ich schopnosti chápať matematické učivo a v oblasti vlastných výkonov v matematike	
Rozdiel priemerov	1,00
p (ANOVA F-test)	0,06
Hodnotenie vlastného pracovného úsilia žiakmi	
Rozdiel priemerov	2,42
p (ANOVA F-test)	0,03

8.3 ZHRNUTIE VÝSLEDKOV VÝSKUMOV

V tejto kapitole vykonáme analýzu získaných výsledkov výskumov. Odpovieme na otázku, či sa potvrdili výskumné hypotézy. Zhodnotíme realizáciu výskumu, stanovíme kroky potrebné na vylepšenie jeho priebehu.

Výsledky vzťahujúce sa k hypotéze **H1**, ktorá sa v oboch výskumoch týkala vplyvov používania didaktických hier na postoje žiakov k matematike, ukazujú, že naozaj došlo k zlepšeniu postojov.

Čo sa týka výskumu v rokoch 2002–2005, štatistická verifikácia nám ukázala, že uvedené zmeny hodnôt skóre dotazníka sú na hladine významnosti $0,17$ v prvej fáze výskumu a na hladine významnosti $0,12$ v druhej fáze výskumu. Teda s pravdepodobnosťou blízkou 85% možno povedať, že hypotéza **H1** je pravdivá.

V rámci výskumu v rokoch 2014–2016 zlepšenie v oblasti dotazníku *obľuba matematiky* bolo na hladine významnosti $0,05$, v oblasti *hodnotenie dôležitosti matematiky žiakmi* bolo zlepšenie na hladine významnosti $0,00$. V oblasti *sebahodnotenie žiakov v oblasti ich schopnosti chápať matematické učivo a v oblasti vlastných výkonov v matematike* bolo zlepšenie na hladine významnosti $0,06$ a v oblasti *hodnotenie vlastného pracovného úsilia žiakmi* na hladine významnosti $0,03$. Celkovo teda v uvedenom výskume došlo medzi experimentálnou a kontrolnou vzorkou k zlepšeniu postojov k matematike vo všetkých oblastiach dotazníka v prospech experimentálnej skupiny.

Podľa nášho názoru sú uvedené výsledky z oboch výskumov dostatočné na akceptovanie tvrdenia o zlepšovaní postojov testovaných žiakov k matematike na základe adekvátnej práce s vhodne zvolenými didaktickými hrami.

Použitá experimentálna metóda – dotazník, sa ukázala ako celkovo validná a reliabilná.

Teraz sa venujme údajom a výsledkom vzťahujúcim sa k verifikácii hypotézy **H2** v rámci výskumu v rokoch 2002–2005. Túto hypotézu sa

nám nepodarilo verifikovať na dostatočne vysokej hladine významnosti. Znamená to, že sa hypotéza **H2** nepotvrdila? Odpoveď na túto otázku dáme po zvážení viacerých skutočností.

Triedy tvoriace vzorku výskumu neboli z hľadiska prospechu z matematiky rovnocenné. V prvej fáze výskumu bol priemerný prospech v experimentálnej triede 2,68; v kontrolnej triede mali žiaci priemerný prospech 2,27. V druhej fáze výskumu bol priemerný prospech 1,96 v experimentálnej triede a 2,27 v kontrolnej triede. Pre porovnanie výsledkov týchto tried v didaktickom teste je potrebné uvážiť rozdiely v úrovni tried vyjadrené rozdielmi v prospechu. V tomto smere sa stretávame s problémom. Nízke hodnoty súbežnej validity známkov žiakov na polroku a skóre didaktického testu (najmä v prvej fáze výskumu) ukazujú, že známky nie sú vždy vyjadrením skutočnej úrovne vedomostí a zručností žiakov. Príčinou môže byť špecifickosť tvorenia výslednej známky z predmetu – napríklad berie sa tu do úvahy i správanie na vyučovaní. Metódy na elimináciu rozdielnej úrovne oboch tried nemôžu byť v tomto prípade korektne založené na štatistickom upravení skóre didaktického testu vzhľadom na prospech žiakov. Vystačíme tu preto s úvahou, že v prípade rovnocennej experimentálnej a kontrolnej triedy by sme zaznamenali v prvej fáze výskumu pravdepodobne nárast strednej hodnoty skóre didaktického testu v experimentálnej triede. V druhej fáze výskumu by za predpokladu rovnocennosti experimentálnej a kontrolnej triedy v prospechu z matematiky došlo pravdepodobne k miernemu nárastu strednej hodnoty skóre didaktického testu v kontrolnej triede.

Pre budúci výskum by bolo vhodné zvoliť ako kritérium na posudzovanie rovnocennosti experimentálnej a kontrolnej triede výsledky IQ testu resp. iného validného testu na meranie schopností potrebných pre učenie sa matematiky. Ak by sme použili takéto objektívnejšie kritérium, prípadné rozdiely medzi experimentálnou a kontrolnou triedou možno eliminovať metódou kovariancie (Kerlinger, 1972, s. 117–118).

Štatistická analýza dosiahnutých skóre didaktického testu nám ukázala, že výkony experimentálnej a kontrolnej triedy sa štatistický málo líšia. Ako záver preto možno prijať tvrdenie: *Výkony žiakov v experimentálnej triede boli štatisticky rovnocenné ako výkony žiakov kontrolnej triedy.*

Použitý didaktický test sa ukázal ako validný a reliabilný. Postup jeho konštrukcie, realizácie a vyhodnocovania sa ukázal ako vhodný.

Na základe uvedených výsledkov teraz posúdime efektívnosť vyučovania, ktorého súčasťou sú didaktické hry.

Výsledky výskumov potvrdili, že práca s didaktickými hrami zlepšuje postoje žiakov k predmetu matematika a priebehu jej vyučovania. Táto skutočnosť je významným argumentom v prospech efektívnosti vyučovania s použitím didaktických hier. Význam postojov pre konanie človeka je veľmi dôležitý (Boroš, 1995, s. 67):

V našom nazeraní postoj človeka môžeme charakterizovať ako pohotovosť k určitej činnosti vo vzťahu k danej situácii, javu, objektu. To znamená, že postoj je bezprostredne spojený s rozhodovacím aktom, za ktorým nasleduje konkrétna činnosť v konkrétnej situácii. Postoje spravidla sledujeme prostredníctvom subjektívnych výpovedí...

Súhrnne uvádzame, že postoje je potrebné považovať za dôležité motivačné činitele, pretože v mnohom determinujú každodennú činnosť a postupy človeka.

Didaktické hry môžu teda zlepšovať postoje žiakov k matematike a tým ich motivovať k intenzívnejším prácam na hodinách matematiky a v rámci domácej prípravy z predmetu matematika. Motivácia je považovaná za štartovaciú silu celého učebného procesu. Je predpokladom zefektívňovania práce na hodinách. Jej význam bol zdôraznený i v štúdiu o zvyšovaní efektívnosti edukačného procesu vo vzdelávaní (Skalková a kol., 1988):

Motivácia je jedným z najdôležitejších predpokladov pre rozvoj aktivity a pre úspešné riešenie učebných úloh. Motivácia významne ovplyvňuje všetky fázy učebnej činnosti žiaka, počnúc vysvetľovaním

učiva, cez jeho vnútorné spracovanie (porozumenie, zapamätanie), až po použitie v učebných úlohách a v bežnom živote.

Vysoká motivácia do učenia umožňuje dosiahnuť výborné učebné výsledky. Na druhej strane výborné učebné výkony spätne pôsobia na motiváciu a vzťah žiakov k učeniu sa. Motivácia spolupôsobí v záujme žiaka. Vyučovanie by malo na jednej strane využívať existujúce záujmy žiaka, na druhej strane by malo tieto záujmy formovať a rozvíjať v súlade s profilom absolventa školy.

Didaktické hry sa ukázali ako vhodné na integráciu do vyučovania, pričom sme zachovali časový plán a obsah učiva ako v rámci štandardného vyučovania.

Ak zhrnieme výsledky nášho výskumu, použitie didaktických hier priaznivo ovplyvnilo postoje žiakov k predmetu matematika. Zlepšenie týchto postojov je kľúčom k vnútornej motivácii žiakov pre štúdium matematiky. Didaktické hry sa ukázali ako prínosné pre vyučovanie. Môžeme konštatovať, že vyučovanie s používaním didaktických hier je efektívnejšie ako vyučovanie bez hier. Na úplné zovšeobecnenie týchto záverov je ale potrebné uskutočniť ďalšie výskumy širšieho tematického aj časového rozsahu.

LITERATÚRA POUŽITÁ V KAPITOLE:

- Andrews, P., Diego-Mantecón, J., Op 't Eynde, P., Sayers, J. (2007): Evaluating the sensitivity of the refined mathematics-related beliefs questionnaire to nationality, gender and age. In: European Research in Mathematics Education: Proceedings of the Fifth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education. Larnaca, University of Cyprus, 209–218.
- Andrews, P., Diego-Mantecon, J., Vankúš, P., Op 't Eynde, P., Conway, P. (2008): A tanulók matematikai meggyőződéseinek értékelése: Egy három országot érintő összehasonlító vizsgálat. (Construct consistency in the assessment of students' mathematics-related beliefs: A three-way cross-sectional pilot comparative study.) In: Iskolakultúra Online, 2008(2), 141–159.
- Andrews, P., Diego-Mantecón, J., Vankúš, P., Op 't Eynde, P., Sayers, J. (2011): Construct consistency in the assessment of students' mathematics-related beliefs: A three way cross-sectional pilot comparative study. In: Acta Didactica

- Universitatis Comenianae, Mathematics, 11, Bratislava, Comenius University Press, 1–25.
- Boroš, J. (1995): Motivácia a emocionalita človeka. Bratislava, Vydavateľstvo ODKAZ.
- Brincková, J. (1994): Didaktická hra v geometrii. Banská Bystrica, Metodické centrum Banská Bystrica.
- Burjan, V., Bachratá, K., Bachratý, H. (1989): Odborný program matematických kroužků na 2. stupni základní školy. Praha, Státní pedagogický nakladatelství.
- De Corte, E., Op 't Eynde, P. (2002): Unraveling Students' Belief System Relating to Mathematics Learning and Problem Solving. In: Rogerson (Ed.) Proceeding of the International Conference The Humanistic Renaissance in Mathematics Education, Palermo, Italy, September 20–25, 2002, 96–101.
- Foltinová, K., Novotná, J. (1997): Matematické hry a soutěže na druhém stupni základní školy. Praha, Pedagogické centrum.
- Horník, L. (1994): Matematika hrou. Sbíрка úloh pro 1. ročník ZŠ. Praha, SPN.
- Houška, T. (1991): Škola hrou. Praha, Tomáš Houška.
- Ivančíková, D. (2002): Hry ako súčasť vyučovania matematiky. Hry odbúravajúce stres. Diplomová práca. Bratislava, Fakulta matematiky, fyziky a informatiky UK.
- Kárová, V. (1994): 155 her ve vyučování matematice a ve školní družině na 1. stupni základní školy. 1. a 2. část. Praha, Pražské centrum vzdělávání pedagogických pracovníků.
- Kárová, V. (1996): Didaktické hry ve vyučování matematice v 1.–4. ročníku základní a obecné školy. Část aritmetická. Plzeň, Pedagogická fakulta.
- Kerlinger, F. N. (1972): Základy výzkumu chování. Praha, Academia.
- Krejčová, E., Volfová, M. (1994): Didaktické hry v matematice. Hradec Králové, Gaudeamus.
- Ma, X., & Kishor, N. (1997): Assessing the Relationship between Attitude toward Mathematics and Achievement in Mathematics: A Meta-Analysis. In: Journal for Research in Mathematics Education, 28 (1), 26–47.
- Mófovská, D. (1994): Netradičné metódy vyučovania matematiky na základnej škole a v nižších triedach osemročných gymnázií. Bratislava, Agentúra DONY.
- Op 't Eynde, P., De Corte, E. (2003): Students' mathematics-related beliefs systems: Design and analysis of a questionnaire. Paper presented at the Annual Meeting of the American Educational Research Association, Chicago, April 21–25, 2003.
- Philippou, N. G., Christou, C. (1998): The Effects of a Preparatory Mathematics Program in Changing Prospective Teachers' Attitudes towards Mathematics. In: Educational Studies in Mathematics, 35, 189–206.
- Roth, F. (1980): Matematická hra ako prostriedok rozvoja kognitívnych funkcií. Diplomová práca. Bratislava, Prírodovedecká fakulta UK.
- Skalková, J. et al. (1988): Zvyšovanie efektívnosti výchovné vzdelávacieho procesu ve vyučování. Studie ČSAV. Praha, Academia.

- Spagnolo, F., Čížmár, J. (2003): *Komunikácia v matematike na strednej škole*. Brno, Masarykova univerzita.
- Šedivý, O., Malperová, M. (1998): *Matematika pre 5. ročník základných škôl. 2. časť*. Bratislava, SPN.
- Turek, I. (1996): *Učiteľ a pedagogický výskum*. Bratislava, Metodické centrum mesta Bratislavy.
- Turek, I. (1998): *Učiteľ a pedagogický výskum*. Bratislava, Metodické centrum v Bratislave.
- Vankúš, P. (2002): *Hry ako súčasť vyučovania matematiky*. Diplomová práca. Bratislava, Fakulta matematiky, fyziky a informatiky UK.
- Vankúš, P. (2006a): *Efektívnosť vyučovania predmetu matematika metódou didaktických hier*. Dizertačná práca. Bratislava, Fakulta matematiky, fyziky a informatiky UK.
- Vankúš, P. (2006b): *Zbierka didaktických hier určených na integráciu do vyučovania matematiky na druhom stupni základnej školy*. online <http://www.ddm.fmph.uniba.sk/files/vankus/zbierka.pdf>.
- Vankúš, P. (2008): *Games based learning in teaching of mathematics at lower secondary school*. In: *Acta Didactica Universitatis Comenianae-Mathematics*, Issue 8, Bratislava, Comenius University, 103-120.
- Vankúš, P. (2012): *Didaktické hry v matematike*. Bratislava, KEC FMFI UK.
- Vankúš, P., Kubicová, E. (2012): *Attitudes of pupils and teachers as important factor for mathematics education*. In *Teaching Mathematics III: Innovation, New Trends, Research*. Ružomberok: VERBUM - Catholic University in Ružomberok Press, 2012. 125-135.
- Vankúš, P. (2014): *Zisťovanie efektívnosti vyučovacích metód. Analýza výskumov efektívnosti vyučovania matematiky metódou didaktických hier. (Measuring Efficacy of Teaching Methods. Analysis of Researches on Efficacy of Mathematics Teaching by the Method of Didactic Games.)* Bratislava, Comenius University in Bratislava.
- Vankúš, P. (2015): *Development of pupils' attitudes towards mathematics*. In: *Scientific Issues, Mathematica V*, Ružomberok, Catholic University in Ružomberok Press, 97-102.
- Vankúš, P. (2016): *Efektívnosť vyučovania matematiky metódou didaktických hier: Učebné materiály*. Bratislava, KEC FMFI UK Bratislava.
- Žmuráň, V. (1985): *Matematické hry*. Diplomová práca. Bratislava, Matematicko-fyzikálna fakulta UK Bratislava.

ZÁVER

Jedinou cestou k naučeniu sa matematiky je „robiť“ matematiku.

P. R. Halmos, (1985)

V predloženej publikácii sme sa zaoberali efektívnosťou vyučovania matematiky metódou didaktických hier. Čitateľovi sme priblížili teoretické pozadie tejto problematiky. Venovali sme sa pojmu didaktickej hry, historickému prehľadu používania hier vo vyučovaní. Špeciálne sme sa zamerali na využívanie hier vo vyučovaní matematiky, kde sme opísali situáciu v 20. a 21. storočí na Slovensku a v Čechách. Prezentovali sme vybrané výskumy efektívnosti vyučovania matematiky metódou didaktických hier realizované u nás i v zahraničí. V knihe sme tiež uviedli nami vytvorené nástroje na zisťovanie efektívnosti vyučovania s integráciou didaktických hier a metodiku takéhoto výskumu. Posledné kapitoly publikácie obsahujú opis nami realizovaných výskumov a ich výsledky.

Kniha je vďaka svojmu obsahu fyzickou realizáciou cieľa projektu KEGA č. 074UK-4/2014 *Efektívnosť vyučovania matematiky metódou didaktických hier* publikovať v rámci neho realizované výskumy tejto problematiky. Výsledky týchto výskumov a aj údaje uvedené v prehľadových častiach publikácie ukazujú, že adekvátne používanie vhodných didaktických hier vo vyučovaní matematiky má pozitívne vplyvy na efektívnosť jej vyučovania. V rámci v knihe uvedených výskumov sa ukázali ako štatisticky významné najmä pozitívne vplyvy na postoje žiakov k matematike.

Na základe uvedeného môžeme konštatovať, že dlhodobé používanie didaktických hier má potencionálne pozitívne vplyvy na postoje žiakov k matematiky. Samozrejme, uvedený výsledok nie je možné zovšeobecniť pre ľubovoľnú triedu, učivo či didaktickú hru. Dôležité je vždy zvoliť

didaktickú hru vhodnú pre danú skupinu žiakov a najmä vhodnú na realizáciu edukačného cieľa, ktorý plánujeme v rámci učiva matematiky dosiahnuť. Len takto zvolená didaktická hra, realizovaná na základe adekvátnej metodiky umožní naplno rozvinúť potenciál hier zlepšovať postoje žiakov k matematike a k jej vyučovaniu. Veríme, že takéto používanie didaktických hier povedie k zvyšovaniu efektívnosti vyučovania matematiky a bude prínosom pre žiakov i učiteľov tohto predmetu.

ZOZNAM LITERATÚRY

- Afari, E., Aldridge, J. M., Fraser B. J., Khine M. S. (2012): Students' perceptions of the learning environment and attitudes in game-based mathematics classrooms. *Learning Environ Res*, 16, 131–150.
- All, A., Nuñez Castellar, E. P., Van Looy, J. (2014): Measuring Effectiveness in Digital Game-Based Learning: A Methodological Review. In: *International Journal of Serious Games*, 1(2), 2014, 3–21.
- Andrews, P., Diego-Mantecón, J., Op 't Eynde, P., Sayers, J. (2007): Evaluating the sensitivity of the refined mathematics-related beliefs questionnaire to nationality, gender and age. In: *European Research in Mathematics Education: Proceedings of the Fifth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education*, Larnaca, University of Cyprus, 2007, 209–218.
- Andrews, P., Diego-Mantecón, J., Op 't Eynde, P., Sayers, J. (2007): Evaluating the sensitivity of the refined mathematics-related beliefs questionnaire to nationality, gender and age. In: *European Research in Mathematics Education: Proceedings of the Fifth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education*. Larnaca, University of Cyprus, 209–218.
- Andrews, P., Diego-Mantecon, J., Vankúš, P., Op 't Eynde, P., Conway, P. (2008): A tanulók matematikai meggyőződéseinek értékelése: Egy három országot érintő összehasonlító vizsgálat. (Construct consistency in the assessment of students' mathematics-related beliefs: A three-way cross-sectional pilot comparative study.) In: *Iskolakultúra Online*, 2008(2), 141–159.
- Andrews, P., Diego-Mantecón, J., Vankúš, P., Op 't Eynde, P., Sayers, J. (2011): Construct consistency in the assessment of students' mathematics-related beliefs: A three way cross-sectional pilot comparative study. In: *Acta Didactica Universitatis Comenianae, Mathematics*, 11, Bratislava, Comenius University Press, 2011, 1–25.

- Andrews, P., Diego-Mantecón, J., Vankúš, P., Op 't Eynde, P., Sayers, J. (2011): Construct consistency in the assessment of students' mathematics-related beliefs: A three way cross-sectional pilot comparative study. In: *Acta Didactica Universitatis Comenianae, Mathematics*, 11, Bratislava, Comenius University Press, 1–25.
- Aristoteles (2009): *Politika*. Bratislava, Kalligram.
- Aristoteles (2011): *Etika Nikomachova*. Bratislava, Kalligram.
- Benčo, J. (2001): *Metodológia vedeckého výskumu*. Bratislava, IRIS.
- Biber, E. (1831): *Henry Pestalozzi and his plan for education*. Londýn, Souter, online <http://books.google.sk/books?id=an6UC-6Hy3sC>
- Böhm, W (1988): *Wörterbuch der Pädagogik*. Stuttgart, Verlag Alfred Kröner.
- Booker, G. (2000): *The Maths Game. Using Instructional Games to Teach Mathematics*. Wellington, NZCER.
- Boroš, J. (1995): *Motivácia a emocionalita človeka*. Bratislava, Vydavateľstvo ODKAZ.
- Bright, G., Harvey, J., Wheeler, M. (1985): *Learning and mathematical games*. The National Council of Teachers of Mathematics. Reston.
- Brincková, J. (1994): *Didaktická hra v geometrii*. Banská Bystrica, Metodické centrum Banská Bystrica.
- Brincková, J., Uherčíková, V., Vankúš, P. (2013): *Netradičné metódy rozvíjania predstavivosti v matematike*. Bratislava, KEC FMFI UK Bratislava.
- Britton, L. (1992): *Montessori Play & Learn: A Parents' Guide to Purposeful Play from Two to Six*. New York, Crown Publishers.
- Bruner, J. S. (1960): *The Process of Education*. Cambridge, Harvard University Press.
- Burjan, V. (1984): Chvála matematických hier. *Matematické obzory*, 23, 73–83.
- Burjan, V. (1987): Hry na grafoch I. *Matematické obzory*, 28, 19–25.
- Burjan, V. (1988): Hry na grafoch II. *Matematické obzory*, 30, 23–29.

- Burjan, V., Bachratá, K., Bachratý, H. (1989): Odborný program matematických kroužků na 2. stupni základní školy. Praha, Státní pedagogický nakladatelství.
- Burjan, V., Burjanová, L. (1991): Matematické hry. Bratislava, Pythagoras.
- Cejpeková, J. (1996): Hra vo vyučovaní na 1. stupni základnej školy. Banská Bystrica, UMB Pedagogická fakulta.
- Cicero, M. T. (2001): Cicero on the Ideal Orator (De Oratore). (May, J.M. – Wisse, J. trans.), Oxford, Oxford University Press.
- Couturier, R. (2008): CHIC: Cohesive Hierarchical Implicative Classification. In: Gras, R., Suzuki, E., Guillet, F., Spagnolo, F. (Eds.), Statistical Implicative Analysis. Theory and Applications. Berlin, Springer-Verlag Berlin Heidelberg.
- De Corte, E., Op 't Eynde, P. (2002): Unraveling Students' Belief System Relating to Mathematics Learning and Problem Solving. In: Rogerson (Ed.) Proceeding of the International Conference The Humanistic Renaissance in Mathematics Education, Palermo, Italy, September 20–25, 2002, 96–101.
- Dewey, J. (2010): My Pedagogic Creed. Charleston, Nabu Press.
- Dewey, J. (2011): The Child and the Curriculum. Eastford, Martino Fine Books.
- Eřkonin, D. B. (1983): Psychológia hry. Bratislava, SPN.
- Foltinová, K., Novotná, J. (1997): Matematické hry a soutěže na druhém stupni základní školy. Praha, Pedagogické centrum.
- Fröbel, F. W. A. (1826): Die Menschenerziehung. Keilhau/Leipzig, Wienbrach.
- Gatíal, J., Hecht, T., Hejný, M. (1982): Hry takmer matematické. Praha, Mladá fronta.
- Gavora, P. (2008): Úvod do pedagogického výskumu. Bratislava, Univerzita Komenského.
- Girard, C., Ecalle, J., Magnan, A. (2013): Serious games as new educational tools: how effective are they? A meta-analysis of recent

- studies. In: *Journal of Computer Assisted Learning*, 29(3), 2013, 207–219
- Groos, K. (1896): *Die Spiele der Tiere*, Jena.
- Groos, K. (1899): *Die Spiele der Menschen*, Jena.
- Halmos, P. R. (1985): *I want to be a mathematician. An Automathography*. Berlin, Springer-Verlag.
- Hejný, M. (1979): *Geometria naučila človeka myslieť*. Bratislava, SPN.
- Hejný, M., Hrdina, E., Vantúch, J. (1982): Uplatnenie nových pedagogických prístupov v matematike. *Jednotná škola*, č. 5, XXXIV, 412–425.
- Horník, L. (1994): *Matematika hrou. Sbíрка úloh pro 1. ročník ZŠ*. Praha, SPN.
- Houška, T. (1991): *Škola hrou*. Praha, Tomáš Houška.
- Hrdina, E. a kol. (1985): *K problematike zvyšovania efektívnosti vyučovania na základnej škole. Čiastková expertíza*. Bratislava, Ústav experimentálnej pedagogiky SAV.
- Cheyne, J. A. (1989): *Serious Play from Peregrination to Cultural Change: A Bateson–Gadamer–Harris Hypothesis*. Waterloo, University of Waterloo.
- Ivančíková, D. (2002): *Hry ako súčasť vyučovania matematiky. Hry odbúravajúce stres*. Diplomová práca. Bratislava, Fakulta matematiky, fyziky a informatiky UK.
- Jedinák, D. (1979): *K otázke motivácie a popularizácie pri vyučovaní matematiky*. Bratislava, SPN.
- Jenkinson, S. (2001): *The Genius of Play*. Stroud, Hawthorn Press.
- Kadijevich, D. (2006): *Developing trustworthy TIMSS background measures: A case study on mathematics attitude*. In: *Teaching of Mathematics*, 9(2), 2006, 41–51.
- Kárová, V. (1994): *155 her ve vyučování matematice a ve školní družině na 1. stupni základní školy. 1. a 2. část*. Praha, Pražské centrum vzdělávání pedagogických pracovníků.

- Kárová, V. (1996): Didaktické hry ve vyučování matematice v 1.–4. ročníku základní a obecné školy. Část aritmetická. Plzeň, Pedagogická fakulta.
- Ke, F. (2008): Computer games application within alternative classroom goal structures: cognitive, metacognitive, and affective evaluation. In: Educational Technology Research and Development, 56, 2008, 539–556
- Ke, F., Grabowski, B. (2007): Gameplaying for maths learning: cooperative or not? British Journal of Educational Technology, 38(2), 249–259.
- Kebritchi, M., Hirumi, A., Bai, H. (2010): The effects of modern mathematics computer games on mathematics achievement and class motivation. Computers & Education, 55, 427–443.
- Kerlinger, F. N. (1972): Základy výzkumu chování. Praha, Academia.
- Kolbaská, V. (2006): Hra ako integračný prostriedok vo vyučovaní matematiky základných škôl. Bratislava, Metodicko-pedagogické centrum v Bratislave.
- Kolbaská, V. (2007): Globálne rozvojové vzdelávanie a vyučovanie matematiky na 2. stupni základnej školy. Súbor hier a hrových aktivít. Bratislava, Metodicko-pedagogické centrum v Bratislave.
- Komenský, J. A. (1957): Vybrané spisy II. Bratislava, SPN.
- Komenský, J. A. (1959): Vybrané spisy IV. Bratislava, SPN.
- Kováčik, Š. (1999): Didaktická hra – spestrenie hodiny matematiky. In: Zborník z odborného seminára Hra a hračka. Bratislava, IUVENTA, 92–96.
- Krejčová, E., Volfová, M. (1994): Didaktické hry v matematice. Hradec Králové, Gaudeamus.
- Kulič, V. (1980): Některá kritéria efektivity učení a vyučování a metody jejího zjišťování. In: Pedagogika. 30(6), 1980, 677–698.
- Labjaková, I. (2013): Didaktické hry vo vyučovaní matematiky v primárnom vzdelávaní. Bratislava, Metodicko-pedagogické centrum, 2013.

- Lange, W. (1862): Friedrich Fröbels gesammelte pädagogische Schriften. Zweite Abteilung: Friedrich Fröbel als Begründer der Kindergärten. Die Pädagogik des Kindergartens. Gedanken Friedrich Fröbels über das Spiel und die Spielgegenstände des Kindes. Berlin.
- Lange, W. (1863): Friedrich Fröbels gesammelte pädagogische Schriften. Erste Abteilung: Friedrich Fröbel in seiner Erziehung als Mensch und Pädagoge. Bd. 2: Ideen Friedrich Fröbels über die Menschenerziehung und Aufsätze verschiedenen Inhalts. Berlin.
- Lock, J. (1959): An Essay Concerning Human Understanding. New York, Dover.
- Ma, X., & Kishor, N. (1997): Assessing the Relationship between Attitude toward Mathematics and Achievement in Mathematics: A Meta-Analysis. In: Journal for Research in Mathematics Education, 28 (1), 26–47.
- Mager, R. F. (1971): Rozvíjanie postojov k učeniu. Bratislava, SPN.
- Maňák, J. (1990): Návys didaktiky. Brno, PdF MU.
- Maňák, J., Švec, V. (2003): Výukové metody. Brno, PdF MU.
- Masariková, A. (1994): Didaktická hra vo výchovno-vzdelávacom procese. In: Quo vadis výchova...? Zborník z vedeckého seminára, organizovaného IUVENTOU dňa 19. 1. 1994 na tému „Hra a hračka“, Bratislava, IUVENTA, 37–41.
- Masariková, A., Ivaničová, J. (1999): Didaktická hra vo výchovno-vzdelávacom procese. In: Zborník z odborného seminára Hra a hračka. Bratislava, IUVENTA, 60–63.
- Miller, D. J., Robertson, D. P. (2011): Educational benefits of using game consoles in a primary classroom: A randomized controlled trial. British Journal of Educational Technology, 42(5), 850–864.
- Mojžišek L. (1975): Vyučovacie metody. Praha, SPN.
- Mojžišek, L. (1985): Vyučovacie metody. Praha, SPN.
- Môťovská, D. (1994): Netradičné metódy vyučovania matematiky na základnej škole a v nižších triedach osemročných gymnázií. Bratislava, Agentúra DONY.

- Onslow, B. (1990): Overcoming conceptual obstacles: The qualified use of game. In: *School Science and Mathematics*, 90 (7), 1990, 581–592.
- Op 't Eynde, P., De Corte, E., Verschaffel, L. (2002): Framing students' mathematics-related beliefs: A quest for conceptual clarity and a comprehensive categorization. In: Leder, G., Pehkonen, E., Törner, G. (Eds.), *Beliefs: a hidden variable in mathematics education?*, Dordrecht, Kluwer, 2002, 13-37.
- Op 't Eynde, P., De Corte, E., Verschaffel, L. (2006): Beliefs and metacognition: An analysis of junior high students' mathematics-related beliefs. In: Veenman, M., Desoete, A. (Eds.), *Metacognition in mathematics education*, New York, Nova Science.
- Op 't Eynde, P., De Corte, E. (2003): Students' mathematics-related beliefs systems: Design and analysis of a questionnaire. Paper presented at the Annual Meeting of the American Educational Research Association, Chicago, April 21–25, 2003.
- Pavlík, O. a kol. (1984): *Pedagogická encyklopédia Slovenska*. I. zväzok. Bratislava, Univerzita Komenského, Encyklopedický ústav SAV a Veda, vydavateľstvo SAV.
- Petráčková, V., Kraus, J. (1997): *Slovník cudzích slov*. Bratislava, SPN.
- Philippou, N. G., Christou, C. (1998): The Effects of a Preparatory Mathematics Program in Changing Prospective Teachers' Attitudes towards Mathematics. In: *Educational Studies in Mathematics*, 35, 189–206.
- Piaget, J. – Inhelder, B. (1997): *Psychológia dieťaťa*. Bratislava, SOFA.
- Platón (1980): *Ústava*. Bratislava, Pravda.
- Platón (1997): *Zákony*. Praha, Oikoymenh.
- Průcha, J., Walterová, E., Mareš, J. (1998): *Pedagogický slovník*. Praha, Portál.
- Průcha, J.: *Pedagogický výzkum. Uvedení do teorie a praxe*. Praha, Karolinum.

- Pulos, S., Sneider, C. (1994): Designing and Evaluating Effective Games for Teaching Science and Mathematics: An illustration for Coordinate Geometry. In: Focus on Learning Problems in Mathematics, 16(3), 1994, 23–42.
- Randel, J., Morris, B., Wetzel, C., Whitehill, B. (1992): The effectiveness of games for educational purposes: A review of recent research. In: Simulation & Gaming, 23 (3), 261–276.
- Riconsence, M. M. (2013): Results From a Controlled Study of the iPad Fractions Game Motion Math. Games and Culture, 8(4), 186–214.
- Röhrs, H. (1994): Maria Montessori. In: Prospects. Paris, UNESCO: International Bureau of Education, XXIV, 1/2, 169–183.
- Roth, F. (1980): Matematická hra ako prostriedok rozvoja kognitívnych funkcií. Diplomová práca. Bratislava, Prírodovedecká fakulta UK.
- Rousseau, J. J. (1910): Emil čili o výchování. I. díl, 1.–3. kniha. Nákladem Dědictví Komenského, Praha.
- Rozycki, E. – Goldfarb, M. (2000): The educational theory of Lev Semenovich Vygotsky (1896-1934), online <http://www.newfoundations.com/GALLERY/Vygotsky.html>
- Sedig, K. (2007): Toward operationalization of ‘flow’ in mathematics learnware. Computers in Human Behavior, 23, 2064–2092.
- Schiller, F. (2004): On the Aesthetic Education of Man. New York, Dover Publications.
- Sitzman, T. (2011): A meta-analytic examination of the instructional effectiveness of computer-based simulation games. In: Personal Psychology, 64, 2011, 489–528.
- Skalková, J. (2007): Obecná didaktika. Praha, Grada Publishing.
- Skalková, J. et al. (1988): Zvyšování efektivity výchovně vzdělávacího procesu ve vyučování. Studie ČSAV. Praha, Academia.
- Spagnolo, F. (1998): Insegnare le matematiche nella scuola secondaria. Firenze.

- Spagnolo, F., Čížmár, J. (2003): Komunikácia v matematike na strednej škole. Brno, Masarykova univerzita.
- Spencer, H. (1911): Essays on Education and Kindred Subjects, Introduction by Charles W. Eliot. London, Dent, online <http://oll.libertyfund.org/title/2249>
- Steffe, L., Wiegel, H. (1994): Cognitive Play and Mathematical Learning in Computer Microworlds. In: Journal of Research in Childhood Education, 8(2), 117–131.
- Stojan, M. – Jůva, V. (1995): Obecná pedagogika a dějiny pedagogiky pro DPS. Brno, Masarykova univerzita v Brně.
- Stračár, E. (1979): Systém kontroly a hodnotenia učebných výsledkov v ZŠ a SŠ. Bratislava, SPN.
- Šedivý, O., Malperová, M. (1998): Matematika pre 5. ročník základných škôl. 2. časť. Bratislava, SPN.
- Štech, S. – Bassis, H. (1991): Všichni na jedničku! Alternativní didaktické postupy. Praha, Vydavatelství Karolinum.
- Švec, Š. a kol. (1998): Metodológia vied o výchove. Bratislava, IRIS.
- Totkovičová, M. (2003): Algotreky. Bratislava, Metodicko-pedagogické centrum mesta Bratislavy.
- Turek, I. (1982): O problémovom vyučovaní. Bratislava, SPN.
- Turek, I. (1984): O efektívnosti vyučovania mechaniky na SPŠ. Prešov, KPÚ.
- Turek, I. (1996): Učiteľ a didaktické testy. Bratislava, Metodické centrum.
- Turek, I. (1998): Učiteľ a pedagogický výskum. Bratislava, Metodické centrum v Bratislave.
- Turek, I. (2002): Zvyšovanie efektívnosti vyučovania. Bratislava, Metodické centrum.
- Turek, I. (2014): Didaktika. Bratislava, Wolters Kluwer.
- Uherčíková, V., Haverlík, K. I. (2002): Tangram – poutavá hra. Praha, RAABE.
- Váňa, J. a kol. (1958): Dejiny pedagogiky. Bratislava.

- Vandercruyssen, S., Vandewaetere, M., Clarebout, G. (2012): Game based learning: A review on the effectiveness of educational games. In: Cruz-Cunha, M. M. (Ed.), Handbook of Research on Serious Games as Educational, Business, and Research Tools. Hershey: IGI Global, 2012, 628–647.
- Vankúš, P. (2002): Hry ako súčasť vyučovania matematiky. Diplomová práca. Bratislava, Fakulta matematiky, fyziky a informatiky UK.
- Vankúš, P. (2005a): Efficacy of teaching mathematics with method of didactical games in a didactic situation. In: *Quaderni di Ricerca in Didattica*, 15, Palermo, University of Palermo: G.R.I.M., 2005, 90–105.
- Vankúš, P. (2005b): History and present of didactical games as a method of mathematics' teaching. In: *Acta Didactica Universitatis Comenianae - Mathematics*, Issue 5, Bratislava, Comenius University Press, 53-68.
- Vankúš, P. (2006a): Efektívnosť vyučovania matematiky metódou didaktických hier. Dizertačná práca. Bratislava, Fakulta matematiky, fyziky a informatiky UK v Bratislave.
- Vankúš, P. (2006b): Zbierka didaktických hier určených na integráciu do vyučovania matematiky na druhom stupni základnej školy. Bratislava, online <http://www.ddm.fmph.uniba.sk/files/vankus/zbierka.pdf>
- Vankúš, P. (2007): Influence of didactical games on pupil's attitudes towards mathematics and process of its teaching. In: *European Research in Mathematics Education: Proceedings of the Fifth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education*, Larnaca, University of Cyprus, 369–378.
- Vankúš, P. (2008): Games based learning in teaching of mathematics at lower secondary school. In: *Acta Didactica Universitatis Comenianae-Mathematics*, Issue 8, Bratislava, Comenius University Press, 103–120.
- Vankúš, P. (2011a): Postoje žiakov k matematike a ich vplyv na jej vyučovanie. In: *Zborník 9 Bratislavského seminára z teórie vyučovania matematiky*, Bratislava, KEC FMFI UK, 2011, 103–117.

- Vankúš, P. (2011b): Beliefs on the Usefulness of Mathematics and Mathematics Self-beliefs as Important Factors for Mathematics Attitudes. Poster presentation on the Seventh Congress of the European Society for Research in Mathematics Education, 9.–13. 2. 2011, University of Rzesów.
- Vankúš, P. (2012): Didaktické hry v matematike. Bratislava, KEC FMFI UK.
- Vankúš, P. (2014): Zisťovanie efektívnosti vyučovacích metód. Analýza výskumov efektívnosti vyučovania matematiky metódou didaktických hier. Bratislava, KEC FMFI UK Bratislava.
- Vankúš, P. (2015): Development of pupils' attitudes towards mathematics. In: Scientific Issues, Mathematica V, Ružomberok, Catholic University in Ružomberok Press, 97–102.
- Vankúš, P. (2016): Efektívnosť vyučovania matematiky metódou didaktických hier: Učebné materiály. Bratislava, KEC FMFI UK Bratislava.
- Vankúš, P., Kubicová, E. (2010a): Vplyvy učiteľa na postoje žiakov 5. a 9. ročníka ZŠ k matematike. In: Teaching Mathematics II: Innovation, New Trends, Research, Ružomberok, Verbum, 2010, 199–208.
- Vankúš, P., Kubicová, E. (2010b): Postoje žiakov 5. a 9. ročníka ZŠ k matematike. In: Acta Mathematica, Vol. 13., Nitra, Univerzita Konštantína Filozofa, 2010, 277–282.
- Vankúš, P., Kubicová, E. (2012): Attitudes of pupils and teachers as important factor for mathematics education. In: Teaching Mathematics III: Innovation, New Trends, Research. Ružomberok, Verbum, 2012, 125–135.
- Vankúš, P., Ochodničanová, I. (2015): Comparison of Two Research Tools Measuring Attitudes towards Mathematics. In: Acta Mathematica Nitriensia, 1(1), 2015, 151–155.
- Vargicová, Ž. (2013): Zábavne a zážitkovo v matematike v 8. ročníku. Bratislava: Metodicko-pedagogické centrum, 2013.

- Vavrinčíková, B. (2012): *Matematické v hry v nižšom strednom vzdelávaní*. Bratislava, Metodicko-pedagogické centrum, 2012.
- Vavrinčíková, B. (2013): *Didaktické hry vo vyučovaní matematiky na gymnáziu*. Bratislava, Metodicko-pedagogické centrum, 2013.
- Vidermanová, K., Uhrinová, E. (2011): *Počítač a didaktické hry*. Nitra, UKF v Nitre.
- Wouters, P., van Nimwegen, C., van Oostendorp, H., van der Spek, E., D. (2013): *A Meta-Analysis of the Cognitive and Motivational Effects of Serious Games*. In: *Journal of Educational Psychology*, 105(2), 2013, 249–265.
- Zelina, L., Nelešovská A. (1983): *K soustavě didaktických zásad a vyučovacích metod*. Olomouc, Pedagogická fakulta Univerzity Palackého.
- Zelinová, M. (1999): *Hra v tvorivo-humanistickej výchove*. In: *Zborník z odborného seminára Hra a hračka*. Bratislava, IUVENTA, 56–59.
- Žbirková, V. (1994): *Hra a hračka – kultúrne dedičstvo národa*. In: *Quo vadis výchova...? Zborník z vedeckého seminára, organizovaného IUVENTOU dňa 19. 1. 1994 na tému „Hra a hračka“*, Bratislava, IUVENTA, 35–45.
- Žmuráň, V. (1985): *Matematické hry*. Diplomová práca. Bratislava, Matematicko-fyzikálna fakulta UK Bratislava.

Publikácia vydaná v rámci grantu KEGA č. 074UK-4/2014 *Efektívnosť vyučovania matematiky metódou didaktických hier.*

Názov: Efektívnosť vyučovania matematiky
metódou didaktických hier
Autor: PaedDr. Peter Vankúš, PhD.
Recenzenti: doc. RNDr. Viera Uherčíková, CSc.
Mgr. Ivana Ochodničanová
Vydal: KEC FMFI UK Bratislava
Rok vydania: 2016
Poradie vydania: prvé
Počet strán: 142
Náklad: 100 kusov
Návrh obálky: Patrícia Bartschová

Rukopis neprešiel jazykovou úpravou

Katégoria publikačnej činnosti: ACB Vysokoškolské učebnice vydané v domácich vydavateľstvách. Učebnica je určená pre odbor Učiteľstvo akademických predmetov v kombinácii s matematikou.

ISBN: 978 – 80 – 8147 – 073 – 8